

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p 1. Igazold, hogy  $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} = 6$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  függvény. Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képeének az  $Ox$  tengellyel való metszéspontjai közötti távolságot!
- 5p 3. Oldd meg a  $4^x \cdot 8^{x+1} = 16^{2x}$  egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Határozd meg azokat a háromjegyű természetes számokat, amelyek számjegyeinek szorzata 15.
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adott az  $A(a, a+1)$  pont, ahol  $a$  valós szám. Határozd meg az  $a$  valós szám értékét, ha az  $A$  pont rajta van az  $y = 2x - 1$  egyenletű egyenesen!
- 5p 6. Igazold, hogy  $(2\sin x + 3\cos x)^2 + (3\sin x - 2\cos x)^2 = 13$ , bármely  $x$  valós szám esetén!

**II. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $x$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $\det(A(2)) = 3$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $A(x) \cdot A(y) = A(2xy - x - y + 1)$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az  $a$  valós szám értékét, ha  $A(a) = A(x) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A(y)$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán értelmezett az  $x * y = x + y - \frac{xy}{4}$  asszociatív művelet.
- 5p a) Igazold, hogy  $6 * 2 = 5$ .
- 5p b) Határozd meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre  $x * (4x) = 6$ .
- 5p c) Számítsd ki az  $1 * 2 * 3 * \dots * 2019$  értéket!

**III. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3 + \frac{x-3}{e^x}$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{4-x}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény konvex az  $[5, +\infty)$  halmazon!
- 5p c) Igazold, hogy  $x - 3 \leq e^{x-4}$ , bármely  $x$  valós szám esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x^2 + 4x + 1$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_0^1 f(x) dx = 5$ .
- 5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény minden primitívje növekvő az  $\mathbb{R}$  halmazon!
- 5p c) Határozd meg azt az  $a$ ,  $a > 1$  valós számot, amelyre  $\int_1^a \frac{f(x)}{x} dx = 13 + \ln a$ .