Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

THEMA I (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass die Zahl $n=\left|1-\sqrt{2}\right|+\left|2-\sqrt{2}\right|$ natürlich ist.

5p **2.** Gegeben sind die Funktionen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=11-x$ und $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1-11x$. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Ungleichung $f(x)\geq g(x)$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $3^x\cdot 2^{x+1}=72$.

5p **4.** Wie viele natürliche, dreistellige Zahlen mit verschiedenen Ziffern kann man nur mit ungeraden Ziffern bilden?

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(-3,3)$, $B(1,3)$ und $C(1,5)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

5p **6.** Berechne die Länge des Radius des Umkreises des Dreiecks ΔABC, wenn $BC=4$, $B=\frac{\pi}{3}$ und $C=\frac{\pi}{6}$.

THEMA II (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x-2 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & e^{x-2}\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det\big(A(2)\big)=1$.

5p **b)** Beweise, dass $A(x)A(y)=A(x+y-2)$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **c)** Bestimme die reellen Zahlen m so, dass $A(1)A(2)A(3)\cdot\ldots\cdot A(10)=A\left(m^2+m+17\right)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3-4X^2+5X+a$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $f(1)-f(-1)=12$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl a, wenn das Polynom f durch das Polynom $X-2$ teilbar ist.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl a, wenn alle Wurzeln des Polynoms f ganze Zahlen sind.

THEMA III (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}\ln x$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=\frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Bestimme die Abszisse des Punktes, der zum Schaubild der Funktion f gehört, in dem die Tangente an das Schaubild der Funktion f senkrecht zur Oy Achse steht.

5p **c)** Beweise, dass $2^{\sqrt{3}}<3^{\sqrt{2}}$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-x^2$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^3 f(x)\,dx=9$.

5p	**b)** Zeige, dass $\int_1^2 \frac{2-x}{f(x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$.
5p	**c)** Gegeben ist die Zahl $I_n = \int_0^4 f^n(x) dx$ für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n. Beweise, dass $I_{n+1} \le 4 I_n$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n.