Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că numărul $n=\left\|1-\sqrt{2}\right\|+\left\|2-\sqrt{2}\right\|$ este natural.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=11-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1-11x$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)\geq g(x)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x\cdot 2^{x+1}=72$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma folosind doar cifre impare.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,3)$, $B(1,3)$ și $C(1,5)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris ΔABC, știind că $BC=4$, $B=\frac{\pi}{3}$ și $C=\frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x-2 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & e^{x-2}\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=A(x+y-2)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale m pentru care $A(1)A(2)A(3)\cdot\ldots\cdot A(10)=A\left(m^2+m+17\right)$.
	2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+5X+a$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $f(1)-f(-1)=12$.
5p	**b)** Determinați numărul real a, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X-2$.
5p	**c)** Determinați numărul real a, știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere întregi.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției f este perpendiculară pe axa Oy.
5p	**c)** Demonstrați că $2^{\sqrt{3}}<3^{\sqrt{2}}$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-x^2$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^3 f(x)\,dx=9$.

5p	**b)** Arătaţi că $\int_1^2 \frac{2-x}{f(x)}dx = \frac{1}{2}\ln\frac{4}{3}$.
5p	**c)** Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n = \int_0^4 f^n(x)dx$. Demonstraţi că $I_{n+1} \le 4I_n$, pentru orice număr natural nenul n.