

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTAT I

(30 бодова)

- 56 1. Докажете да број $n = |1 - \sqrt{2}| + |2 - \sqrt{2}|$ је природни.
- 56 2. Сматрају се функције $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 11 - x$ и $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1 - 11x$. Решите у скупу реалних бројева неједначину $f(x) \geq g(x)$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$.
- 56 4. Одредите колико природне троцифрене бројеве са различитим цифара могу се стварати само са непарним цифрама.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(-3, 3)$, $B(1, 3)$ и $C(1, 5)$. Израчунајте површину троугла ABC .
- 56 6. Израчунајте дужину полупречника круга описан троуглу $\triangle ABC$, знајући да $BC = 4$, $B = \frac{\pi}{3}$ и $C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTAT II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x-2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{x-2} \end{pmatrix}$, где је x реалан број.
- 56 а) Докажете да $\det(A(2)) = 1$.
- 56 б) Докажете да $A(x)A(y) = A(x+y-2)$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 в) Одредите реалне бројеве m тако да $A(1)A(2)A(3) \cdot \dots \cdot A(10) = A(m^2 + m + 17)$.
2. Сматра се полином $f = X^3 - 4X^2 + 5X + a$, где a је реалан број.
- 56 а) Докажете да $f(1) - f(-1) = 12$.
- 56 б) Одредите реалан број a , тако да полином f је дељив са полиномом $X - 2$.
- 56 в) Одредите реалан број a , тако да све солуције полинома f су целе бројеве.

SUBIECTAT III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x$.
- 56 а) Докажете да $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 56 б) Одредите абцису тачке која се налази на графику функције f , где тангенса на графику функције f је нормална на осу Oy .
- 56 в) Докажете да $2^{\sqrt{3}} < 3^{\sqrt{2}}$.
2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - x^2$.
- 56 а) Докажете да $\int_0^3 f(x) dx = 9$.

56 b) Докажите да $\int_1^2 \frac{2-x}{f(x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$.

56 c) За сваки природни ненулта број n , сматра се број $I_n = \int_0^4 f^n(x) dx$. Докажите да $I_{n+1} \leq 4I_n$,
за било који природни ненулта број n .