Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

THEMA I **(30 Punkte)**

5p **1.** Zeige, dass die Summe der Elementen der Menge $A=\{n\in\mathbb{N} \mid n-1\le 4\}$ gleich 15 ist.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$, wo m eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl m, sodass der Scheitel der Parabel der Funktion f die Ordinate gleich 2 hat.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x+3}=\sqrt{9-x}$.

5p **4.** Bestimme die Anzahl der Teilmengen mit wenigstens 8 Elemente einer Menge mit genau 10 Elemente.

5p **5.** In dem kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(5,1)$, $B(-1,3)$ und $C(8,10)$. Bestimme die Länge der Strecke CD, wobei der Punkt D Mitte der Strecke AB ist.

5p **6.** Zeige, dass $1+\cos\pi+\cos 2\pi+\cos 3\pi+\ldots+\cos 2019\pi=0$.

THEMA II **(30 Punkte)**

1. Gegeben sind die Matrizen $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+1&0&0\\1&a&1\\0&0&a+1\end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(1))=4$.

5p **b)** Beweise, dass $A(a)A(b)=ab\,I_3+(a+b+1)A(0)$, für jede reellen Zahlen a und b.

5p **c)** Bestimme die natürliche Zahl n, sodass $A(0)A(1)A(2)\ldots A(2019)=n!\,A(0)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3-mX^2+2X+3-m$, wobei m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bestimme die reelle Zahl m, falls $f(1)=0$.

5p **b)** Für $m=3$, bestimme die Wurzeln des Polynoms f.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl m sodass $x_1^3+x_2^3+x_3^3=(x_1+x_2+x_3)^3-12$, wobei x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA III **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{2}{x+1}-\ln\frac{x}{x+1}$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=\frac{x-1}{x(x+1)^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f.

5p **c)** Gegeben sind die Funktionen $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$ şi $h:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $h(x)=\ln\frac{x}{x+1}$. Beweise, dass die Grafen der Funktionen g und h **keinen** gemeisamen P haben.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+4}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^1 f^2(x)\,dx=\frac{13}{3}$.

5p **b)** Zeige, dass die Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x\,f(x)$, der Ox-Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=-1$ und $x=1$, den Flächeninhalt gleich $\frac{10\sqrt{5}-16}{3}$ hat.

5p **c)** Berechne $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^4}\int_0^x t^3 f(t)\,dt$.