Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$n<3 \Rightarrow M=\{0,1,2\}$	**3p**
	Suma pătratelor elementelor mulțimii M este $0^2+1^2+2^2=5$	**2p**
2.	Abscisa vârfului parabolei asociate funcției f este $-\frac{b}{2a}=\frac{m}{2}$	**2p**
	$\frac{m}{2}=3$, deci $m=6$	**3p**
3.	$x+2=8-x \Rightarrow 2x=6$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	O mulțime cu 12 elemente are C_{12}^{10} submulțimi cu 10 elemente	**3p**
	$C_{12}^{10}=\frac{12\cdot 11}{2}=66$	**2p**
5.	$D(2,2)$, deci $M(5,6)$, unde M este mijlocul segmentului CD	**2p**
	$m_{AC}=3$, deci ecuația dreptei paralele cu dreapta AC și care trece prin punctul M este $y-6=3(x-5)$, deci $y=3x-9$	**3p**
6.	$\cos 2k\pi=1$ și $\cos(2k+1)\pi=-1$, unde $k\in\mathbb{Z}$	**2p**
	$S=(-1)+1+(-1)+1+\ldots+(-1)+1=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&-1\\1&0&1\\-1&1&1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}1&1&-1\\1&0&1\\-1&1&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+(-1)+(-1)-0-1-1=-4$	**3p**
b)	$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}1+2xy&0&1-2xy\\0&2&0\\1-2xy&0&1+2xy\end{pmatrix}$, $A(2xy)=\begin{pmatrix}2xy&1&-2xy\\1&0&1\\-2xy&1&2xy\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$\det(A(x)A(y)-A(2xy))=\begin{vmatrix}1&-1&1\\-1&2&-1\\1&-1&1\end{vmatrix}=0$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$A(x)A\left(\frac{1}{2x}\right)=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}=2I_3$, pentru orice număr real nenul x	**2p**
	$A(1)A\left(\frac{1}{2}\right)+A(2)A\left(\frac{1}{4}\right)+\ldots+A(1010)A\left(\frac{1}{2020}\right)=1010\cdot 2I_3$, deci $n=2020$	**3p**

2.a)	$2^5 * 3^5 = \left(\sqrt[5]{2^5} + \sqrt[5]{3^5}\right)^5 =$	**3p**
	$= (2+3)^5 = 5^5$	**2p**
b)	$2^5 * x^5 * \left(243x^5\right) = \left(\sqrt[5]{2^5} + \sqrt[5]{x^5} + \sqrt[5]{243x^5}\right)^5 = (2 + x + 3x)^5 = (2+4x)^5$, unde x este număr real	**3p**
	$(2+4x)^5 = 10^5$, deci $x = 2$	**2p**
c)	$1^5 * 2^5 = \left(\sqrt[5]{1^5} + \sqrt[5]{2^5}\right)^5 = (1+2)^5$, $1^5 * 2^5 * 3^5 = \left(\sqrt[5]{1^5} + \sqrt[5]{2^5} + \sqrt[5]{3^5}\right)^5 = (1+2+3)^5$	**2p**
	$M = 1^5 * 2^5 * 3^5 * \ldots * 10^5 = \left(\sqrt[5]{1^5} + \sqrt[5]{2^5} + \sqrt[5]{3^5} + \ldots + \sqrt[5]{10^5}\right)^5 = (1+2+3+\ldots+10)^5 = 5^5 \cdot 11^5 = N$, de unde obținem $M - N = 0$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x} =$	**2p**
	$= \dfrac{2x + x(x+1) - (x+1)^2}{x(x+1)^2} = \dfrac{x-1}{x(x+1)^2}$, $x \in (0,+\infty)$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x-1}{x+1} + \ln\dfrac{x+1}{x}\right) = 1 + \ln 1 = 1$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (0,1]$, deci f este descrescătoare pe $(0,1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1,+\infty)$, deci f este crescătoare pe $[1,+\infty) \Rightarrow f(x) \geq f(1)$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$	**3p**
	$f(1) = \ln 2 > 0 \Rightarrow f(x) > 0$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$, de unde obținem că graficul funcției f **nu** intersectează axa Ox	**2p**
2.a)	$\displaystyle\int_0^1 f^2(x)\,dx = \int_0^1 \left(x^2+1\right)dx = \left.\left(\dfrac{x^3}{3} + x\right)\right\|_0^1 =$	**3p**
	$= \dfrac{1}{3} + 1 - 0 = \dfrac{4}{3}$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_{-1}^1 \|xf(x)\|\,dx = -\int_{-1}^0 x\sqrt{x^2+1}\,dx + \int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,dx =$	**2p**
	$= -\dfrac{1}{3}\left.\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\right\|_{-1}^{0} + \dfrac{1}{3}\left.\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}}\right\|_0^1 = -\dfrac{1}{3} + \dfrac{2\sqrt{2}}{3} + \dfrac{2\sqrt{2}}{3} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{4\sqrt{2}-2}{3}$	**3p**
c)	Din regula lui l'Hospital, $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\int_0^x t \cdot f(t)\,dt}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\,f(x)}{2x} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2} = \dfrac{1}{2}$	**2p**