Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Test 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați partea reală a numărului complex $z=(3+2i)(3-2i)-(4-i)$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-3$. Calculați $(f\circ g)(2)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{2^{6x}}=16$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor un număr impar.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AD=6$, $AB=4$ și $m(\sphericalangle ADC)=120^\circ$. Determinați modulul vectorului $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=60$, $AC=80$ și $BC=100$. Calculați lungimea înălțimii AD a triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}2a+1 & 1 & -2\\ a-1 & -1 & 1\\ 2a & -2 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}(2a+1)x+y-2z=a\\ (a-1)x-y+z=a+1,\\ 2ax-2y+z=1\end{cases}$ unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=1$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care matricea $A(a)$ **nu** este inversabilă.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care există y_0 și z_0, numere reale, astfel încât $(2,y_0,z_0)$ să fie soluție a sistemului de ecuații.

2. Pe mulțimea $G=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x*y=\sqrt[3]{x^{\log_2 y}}$.

5p **a)** Arătați că $2*64=4$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați $x\in G$ care sunt egale cu simetricele lor în raport cu legea de compoziție „$*$”.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(5)=6$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{f(n+1)-1}{f(n)-1}\right)^n$.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f'(x)=0$ are trei soluții reale.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1-e^x}{1+e^x}$.

5p **a)** Determinați primitiva G a funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(1+e^x\right)f(x)$ pentru care $G(0)=0$.

5p	**b)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.
5p	**c)** Demonstrați că $\int_{-1}^{1} f(x)\cos x dx = 0$.