Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

autor Virgil-Mihail Zaharia

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$q=3 \Rightarrow b_3=9$ $b_1+b_2+b_3=1+3+9=13$	**3p** **2p**
2.	$x_1+x_2=-m$, $x_1x_2=7$ $-2m+21=1$, deci $m=10$	**2p** **3p**
3.	$(x-2)(x+2)=2^5 \Rightarrow x^2-36=0$ $x=-6$, care nu convine, $x=6$, care convine	**3p** **2p**
4.	Prima cifră se poate alege în 5 moduri Pentru fiecare alegere a primei cifre, a doua cifră se poate alege în câte 4 moduri Pentru fiecare alegere a primelor două cifre, a treia cifră se poate alege în câte 3 moduri, deci se pot forma $5\cdot 4\cdot 3=60$ de numere	**1p** **1p** **3p**
5.	Punctul M este mijlocul segmentului AB $x_M=4$, $y_M=4$	**3p** **2p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{AB\cdot AC\cdot \sin\frac{2\pi}{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=$ $=\dfrac{12\cdot 3}{4}=9$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&-1\\1&1&0\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}0&1&1\\1&0&-1\\1&1&0\end{vmatrix}=$ $=0+1+(-1)-0-0-0=0$	**2p** **3p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&1&1\\1&-a&-1\\1&1&a\end{vmatrix}=-a^3+a=$ $=a(1-a^2)=a(1-a)(1+a)$, pentru orice număr real a	**3p** **2p**
c)	Pentru $a=0$, sistemul este compatibil nedeterminat și soluțiile sistemului sunt de forma $(1+\alpha,1-\alpha,\alpha)$, unde $\alpha\in\mathbb{R}$ Pentru orice α număr întreg, numerele $x_0=1+\alpha$, $y_0=1-\alpha$ și $z_0=\alpha$ sunt întregi	**3p** **2p**
2.a)	$x*2019=(x-2019)(2019-2019)+2019=$ $=0+2019=2019$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**

b)	$x*x=(x-2019)^2+2019$, $(x*x)*x=(x-2019)^3+2019$	**2p**
	$(x-2019)^3+2019=x \Leftrightarrow (x-2019)\left((x-2019)^2-1\right)=0$, deci $x=2018$ sau $x=2019$ sau $x=2020$	**3p**
c)	$(m-2019)(n-2019)+2019=2020 \Leftrightarrow (m-2019)(n-2019)=1$	**2p**
	Cum m și n sunt numere întregi, obținem $m=2018$, $n=2018$ sau $m=2020$, $n=2020$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x}=$	**3p**
	$=\frac{\sqrt{x}}{2x}-\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{x}-2}{2x}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f(1)=1$, $f'(1)=-\frac{1}{2}$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)$, adică $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$	**3p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=4$	**1p**
	$x\in(0,4]\Rightarrow f'(x)\le 0$, deci f descrescătoare pe $(0,4]$ și $x\in[4,+\infty)\Rightarrow f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[4,+\infty)$	**2p**
	Cum $f(4)=2-\ln 4$, obținem $f(x)\ge 2-\ln 4$, deci $\sqrt{x}-\ln\frac{x}{4}\ge 2$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 (x^2+9)f(x)dx=\int_0^1 x^2dx=\left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}-0=\frac{1}{3}$	**2p**
b)	$F'(x)=f(x)=\frac{x^2}{x^2+9}$, $F''(x)=f'(x)=\frac{18x}{(x^2+9)^2}$, $x\in\mathbb{R}$, unde funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a lui f	**2p**
	$F''(x)=0\Leftrightarrow x=0$	**1p**
	$x\in(-\infty,0)\Rightarrow F''(x)<0$ și $x\in(0,+\infty)\Rightarrow F''(x)>0$, deci F are un singur punct de inflexiune	**2p**
c)	$x\in[0,1]\Rightarrow x^{2n}\ge 0$ și, cum $0\le f(x)\le 1$, obținem $0\le x^{2n}f(x)\le x^{2n}$	**2p**
	$0\le I_n=\int_0^1 x^{2n}f(x)dx\le\int_0^1 x^{2n}dx=\left.\frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right\|_0^1=\frac{1}{2n+1}$ și $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{2n+1}=0$, deci $\lim\limits_{n\to+\infty}I_n=0$	**3p**