Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 20

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}^2-1^2}\cdot\frac{1}{2}=$	**3p**
	$=\left(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1\right)\cdot\frac{1}{2}=2\cdot\frac{1}{2}=1$	**2p**
2.	$f\left(x+1\right)-f\left(x\right)=\left(x+1\right)^2+2\left(x+1\right)-\left(x^2+2x\right)=x^2+2x+1+2x+2-x^2-2x=2x+3$	**2p**
	$2x+3\le 7\Rightarrow x\le 2$, deci $x\in\left(-\infty,2\right]$	**3p**
3.	$\log_2\left(x^3-8\right)=\log_2 19\Rightarrow x^3-8=19\Leftrightarrow x^3=27$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 și 96 sunt multipli de 12, deci sunt 8 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{8}{90}=\frac{4}{45}$	**1p**
5.	$AC=BC$, deci punctul C se află pe mediatoarea segmentului AB	**3p**
	Mediatoarea segmentului AB este axa Oy, deci $C\in Oy$	**2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\cos 30^\circ=\frac{AB}{8}$	**3p**
	$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AB}{8}\Rightarrow AB=4\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$20*1=20+1-20=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**
2.	$\left(x*y\right)*z=\left(x+y-20\right)*z=x+y+z-40$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*\left(y*z\right)=x*\left(y+z-20\right)=x+y+z-40=\left(x*y\right)*z$, pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
3.	$x*20=x+20-20=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$20*x=20+x-20=x$, pentru orice număr real x, deci $e=20$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$\left(2x-1\right)+x-20=21\Leftrightarrow 3x=42$	**3p**
	$x=14$	**2p**
5.	$9^x+3^x-20=-8\Leftrightarrow\left(3^x+4\right)\left(3^x-3\right)=0$	**3p**
	Cum $3^x>0$, obținem $3^x=3\Leftrightarrow x=1$	**2p**

6.	$x^2 * (2x+21) = x^2 + 2x + 21 - 20 = x^2 + 2x + 1 =$	**2p**
	$= (x+1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 1 \cdot 0 - 0 \cdot 0 = 0$	**3p**
2.	$A(a) + A(a+1) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & a+1 \\ a+1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a+1 \\ 2a+1 & 0 \end{pmatrix}$, $2A(-1) = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$	**3p**
	Obținem $2a+1 = -2$, deci $a = -\frac{3}{2}$	**2p**
3.	$A(1) + A(2) + A(3) + \ldots + A(2020) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \ldots + \begin{pmatrix} 1 & 2020 \\ 2020 & 0 \end{pmatrix} =$	**2p**
	$= \begin{pmatrix} 2020 & 1+2+3+\ldots+2020 \\ 1+2+3+\ldots+2020 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2020 & \frac{2020 \cdot 2021}{2} \\ \frac{2020 \cdot 2021}{2} & 0 \end{pmatrix} = 2020 \cdot A\left(\frac{2021}{2}\right)$	**3p**
4.	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1+ab & b \\ a & ab \end{pmatrix}$, $A(a) + A(b) = \begin{pmatrix} 2 & a+b \\ a+b & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
	$\det(A(a) \cdot A(b)) - \det(A(a) + A(b)) = a^2b^2 + (a+b)^2 \geq 0$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
5.	$A(x) \cdot A(y) - A(y) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} 0 & y-x \\ x-y & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
	$\det(A(x) \cdot A(y) - A(y) \cdot A(x)) = \begin{vmatrix} 0 & y-x \\ x-y & 0 \end{vmatrix} = -(x-y)(y-x) = (x-y)^2 \geq 0$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
6.	$\det(A(a)) = -a^2$, $\det(A^2(a)) = a^4$, pentru orice număr real a	**2p**
	$-a^2 + a^4 = 0 \Leftrightarrow a^2(a^2 - 1) = 0 \Rightarrow a = -1$, $a = 0$ sau $a = 1$	**3p**