Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

PRIMO QUESITO (30 punti)

5p	**1.** Determinate il prodotto dei primi tre termini della progressione geometrica $(b_n)_{n\ge1}$, noto che $b_2=4$.
5p	**2.** Si considerano le funzioni $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)^2$ e $g(x)=2018-x$. Calcolate $g(f(1))$.
5p	**3.** Risolvete nell'insieme dei numeri reali l'equazione $25^x=5^{x^2}$.
5p	**4.** Calcolate la probabilità che, scegliendo un numero dell'insieme dei numeri naturali da due cifre, il numero abbia la cifra delle decine uguale a 9.
5p	**5.** Sul piano cartesiano xOy si considera la retta d di equazione $(a-1)x-a^2y-a^2=0$, con a numero reale diverso da zero. Determinate il numero reale a diverso da zero, noto che la retta d è parallela all'asse Ox.
5p	**6.** Dimostrate che $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=\frac{5}{2}$, noto che $\sin x=\frac{1}{\sqrt{5}}$ e $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SECONDO QUESITO (30 punti)

	1. Si considerano le matrici $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ ed $A(x)=\begin{pmatrix}x+2&x\\1&-2\end{pmatrix}$, con x numero reale.
5p	**a)** Dimostrate che $\det(A(1))=-7$.
5p	**b)** Dimostrate che $xA(y)-yA(x)=(x-y)A(0)$, per ogni numeri reali x ed y.
5p	**c)** Determinate i numeri reali a, noto che $(aA(-1)+A(a))A(0)=(a^2+7)I_2$.
	2. Si considera il polinomio $f=4X^3-6X+m$, con m numero reale.
5p	**a)** Per $m=2$, dimostrate che $f(1)=0$.
5p	**b)** Dimostrate che, per ogni numero reale m, il polinomio f **non** è divisibile per il polinomio X^2+X+1.
5p	**c)** Determinate il numero reale m diverso da zero, conoscendo che $\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)^2=\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}\cdot\frac{1}{x_3}$, dove x_1, x_2 ed x_3 sono le radici del polinomio f.

TERZO QUESITO (30 punti)

	1. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}$.
5p	**a)** Dimostrate che $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinate l'equazione della tangente al grafico della funzione f nel suo punto di ascissa $x=1$.
5p	**c)** Dimostrate che $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}\le 1-\frac{1}{\sqrt{x}}$, per ogni $x\in(0,+\infty)$.
	2. Si considera la funzione $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+\frac{1}{x+1}$.
5p	**a)** Dimostrate che $\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=22$.

5p **b)** Calcolate $\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+1} \right) e^{x^3} dx$.

5p **c)** Determinate il numero naturale n diverso da zero, conoscendo che il volume del solido ottenuto facendo ruotare il grafico della funzione $g:[0,1] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 3x^2$ attorno all'asse Ox è uguale a $\frac{\pi}{n}$.