

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. Tema **(30 Puncte)**

- 5p** 1. Bestimme das Glied b_3 der geometrischen Folge $(b_n)_{n \geq 1}$, wenn $b_1 = 1$ und der Quotient $q = 5$.
- 5p** 2. Gegeben sind die Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$ und $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 4x - 5$. Bestimme die Abszissen der Schnittpunkte der Schaubilder der zwei Funktionen.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{2x} + x = 4$.
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl aus der Menge $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$ eine natürliche Zahl ist.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(2,3)$, $B(-3,0)$ und $C(-3,6)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Bestimme die Gleichung der Seitenhalbierenden aus A des Dreiecks ABC .
- 5p** 6. Zeige, dass $\sin x(3 \sin x - \cos x) + \cos x(\sin x + 3 \cos x) = 3$, für jede reelle Zahl x .

II. Thema **(30 Puncte)**

1. Gegeben sind die Matrizen $A(a) = \begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$, wo a eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(-1)) = 17$.
- 5p** b) Beweise, dass $A(2019 - a) + A(2019 + a) = 2A(2019)$, für jede reelle Zahl a .
- 5p** c) Bestimme die Paare von reellen Zahlen x und y so, dass $A(x)A(y) = 2A(-8)$.
2. Auf der Menge $G = (-2, 2)$ wird die Verknüpfung $x * y = \frac{4x + 4y}{4 + xy}$ definiert.
- 5p** a) Zeige, dass 0 das neutrale Element der Verknüpfung „*“ ist.
- 5p** b) Bestimme $x \in G$ so, dass $x * x = \frac{8}{5}$.
- 5p** c) Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow G$, $f(x) = \frac{2(x-1)}{x+1}$. Beweise, dass $f(xy) = f(x) * f(y)$, für alle $x, y \in (0, +\infty)$.

III. Thema **(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - 2x + 2 \ln(x+1)$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{-2x}{x+1}$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x = 0$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.
- 5p** c) Beweise, dass $\ln(1 + \cos x) \leq \cos x$, für jedes $x \in (0, \pi)$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{e^x}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_{-1}^1 f(x) e^x dx = 6$.
- 5p** b) Beweise, dass jede Stammfunktion der Funktion f steigend auf dem Intervall $[-3, +\infty)$ ist.
- 5p** c) Bestimme die natürliche, von null verschiedene Zahl n , wenn der Inhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion f , der Ox Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = 0$ und $x = n$ gleich $4 - 6e^{-n}$ ist.