Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

THEMA I **(30 Punkte)**

5p	**1.** Bestimme die Summe der ersten drei Glieder der arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$, wo $a_1 = 2$ und die Differenz gleich $r = 2$ ist.
5p	**2.** Bestimme die Abszissen der Schnittpunkten des Schaubildes der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 10x + 9$ mit der Ox - Achse.
5p	**3.** Löse in der Mengen der reellen Zahlen die Gleichung $5^{x+1} - 3\cdot 5^x = 2$.
5p	**4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Zahl x aus der Menge $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, Lösung der Gleichung $x^2 - 4x + 4 = 0$ ist.
5p	**5.** Bestimme die Länge des Vektors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, falls das Dreieck ABC glechseitig ist und $AB = 2$.
5p	**6.** Zeige,dass $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$, für jede reelle Zahl x.

THEMA II **(30 Punkte)**

	1. Gegeben ist die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} 1+4a & -6a \\ 2a & 1-3a \end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeige,dass $\det(A(1)) = 2$.
5p	**b)** Beweise, dass $A(a)A(b) = A(a+b+ab)$, für jede reellen Zahlen a und b.
5p	**c)** Bestimme die Paare von natürlichen Zahlen m und n, sodass $A(m)A(n) = A(2)$.
	2. Auf der Menge der reellen Zahlen definieren wir die assoziative Verknüpfung $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$.
5p	**a)** Zeige,dass $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$, für jede reellen Zahlen x und y.
5p	**b)** Bestimme die reellen Werten für x, sodass $x \circ x \leq 9$.
5p	**c)** Berechne $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \ldots \circ 2019^n$, für jede von Null verschiedene natürliche Zahl n.

THEMA III **(30 Punkte)**

	1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x^e$.
5p	**a)** Zeige,dass $f'(x) = \frac{x-e}{x}$, $x \in (0,+\infty)$.
5p	**b)** Bestimme die Abszisse des Punktes, der auf dem Schaubild der Funktion liegt ,in dem die Tangente an das Schaubild der Funktion f, parallel zur Ox -Achse ist.
5p	**c)** Beweise, dass die Gleichung $e^x = x^e$ genau eine Lösung in dem Intervall $(0,+\infty)$ hat.
	2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x+1)e^x$.
5p	**a)** Zeige,dass $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x}dx = 6$.
5p	**b)** Bestimme den Flächeninhalt der Fläche ,begrenzt von dem Schaubild der Funktion f, der Ox - Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = 2$.
5p	**c)** Bestimme die reellen Zahln a, $a > 2$, wenn $\int_2^a \frac{2xe^x}{f(x)}dx = 3\ln 2$.