Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Test 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că primul termen este $b_1 = 2$ și rația este $q = 3$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-4$. Calculați suma dintre abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x}=3-x$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{50}\right\}$, acesta să **nu** fie număr natural.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ și $C(-2,5)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC.
5p	**6.** Determinați $x\in(0,\pi)$, știind că $(2\sin x+\cos x)^2-4\cos x(\sin x-\cos x)=4$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 3 \\ -3 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(x))=x^2+9$, pentru orice număr real x.
5p	**b)** Demonstrați că $A(2020-x)+A(2020+x)=2A(2020)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Determinați numărul natural n, pentru care $A(n)A(2-n)=2A(-6)$.
	2. Pe mulțimea $M=[0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\sqrt{x^2+y^2}$.
5p	**a)** Arătați că $N=\sqrt{33}*\sqrt{31}$ este un număr natural.
5p	**b)** Determinați numărul $x\in M$ pentru care $(x*x*x)^2=300$.
5p	**c)** Se consideră funcția $f:(-\infty,0]\to[0,+\infty)$, $f(x)=\sqrt{-2020x}$. Arătați că $f(x+y)=f(x)*f(y)$, pentru orice $x,y\in(-\infty,0]$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+5}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(5-x)(x+1)}{\left(x^2+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-\dfrac{1}{2}\leq f(x)\leq\dfrac{1}{10}$, pentru orice număr real x.
	2. Se consideră funcțiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1-3\ln x}{x^4}$ și $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{\ln x}{x^3}$.
5p	**a)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_1^e f(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_e^{e^2} x^2 F(x)\,dx = \frac{3}{2}$.