Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Test 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Determinaţi al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge1}$, ştiind că $b_1=1$ şi $b_2=2$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$. Determinaţi numerele naturale x, pentru care $f(x)<7$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+8}=x+2$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulţimilor cu două elemente ale mulţimii $\{0,1,2,3\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,4)$, $C(1,a)$ şi $D(2,1)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, pentru care dreptele AB şi CD sunt paralele.
5p	**6.** Calculaţi lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB=10$ şi $\cos B=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1+x & x\\ 2x & 1+2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătaţi că $\det(A(1))=4$.
5p	**b)** Demonstraţi că $A(x)A(y)=A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a)A(a)=A(5)$.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=5(x+y-4)-xy$.
5p	**a)** Arătaţi că $x*y=-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	**b)** Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care $x*x\ge x$.
5p	**c)** Calculaţi $1*(-2)*3*(-4)*\ldots*2019*(-2020)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+2)^2e^{-x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=-x(x+2)e^{-x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că $0\le\frac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}}\le4$, pentru orice $x,y\in[-2,+\infty)$.
	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3e^x$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^1\frac{1}{e^x}f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.
5p	**b)** Calculaţi $\int_1^2\frac{1}{x^2}f(x)\,dx$.
5p	**c)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f are un singur punct de inflexiune.