Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

THEMA I (30 Punkte)

5p **1.** Zeige,dass $\left(2-\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{1}{3}\right)\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}=3$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2$. Bestimme die reellen Zahlen a so, dass $f(a)+f(a+1)=5$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $5^{2x-4}=25$.

5p **4.** Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Zahl aus der Menge $M=\{10,15,20,25,30,35,40,45,50\}$ durch 10 teilbar ist.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(6,1)$ und $B(2,5)$ in dem karthesischen Koordinatensystem xOy. Berechne die Länge der Strecke OM, wobei M der Mittelpunkt der Strecke AB ist.

5p **6**. Zeige,dass $2\sin 45°\cdot\cos 45°-\sin^2 45°-\cos^2 60°=\frac{1}{4}$.

THEMA II (30 Punkte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 4 & 8\end{pmatrix}$ und $M(a)=\begin{pmatrix}a-2 & 1\\ 4 & a+1\end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige,dass $\det A=36$.

5p **b)** Bestimme die reellen Werte von a so, dass die Matrix $M(a)$ umkehrbar ist.

5p **c)** Bestimme die reellen Zahlen x und y so, dass $M(x)\cdot M(y)=A$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3+mX-6$, wobei m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige,dass $f(1)=m-5$, für jede reelle Zahl m.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl m so, dass $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$, wobei x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

5p **c)** Wenn $m=-7$, bestimme die reellen Zahlen p und q, so dass $f=(X+1)\left(X^2+pX+q\right)$.

THEMA III (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+3$.

5p **a)** Zeige,dass $f'(x)=3x(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x=1$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.

5p **c)** Beweise dass $f(x)\geq -1$, für jedes $x\in[0,+\infty)$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3x^2-x, & x\in(-\infty,1]\\ 2+\frac{1}{x}\cdot\ln x, & x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=2$.

5p **b)** Zeige, dass die Funktion f Stamfunktionen auf $\mathbb{R}$ zuläßt.

5p **c)** Bestimme die natürliche Zahl n so, dass $\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{n^2-4+\ln^2 2}{2}$.