Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. Thema (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass $\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)-\sqrt{7}=7$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$. Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes des Schaubildes der Funktion f mit der Oy Achse.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_5\left(x^2+9\right)=2$.

5p **4.** Nach einer Preissenkung um 40%, ist der Preis eines Gegenstandes 300 Lei. Berechne den Preis des Gegenstandes vor der Preissenkung.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(3,2)$, $B(-3,2)$ und $C(0,6)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy. Bestimme in dem Dreieck ABC die Länge der Seitenhalbierenden aus dem Eckpunkt C.

5p **6**. Zeige, dass $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{4}$.

II. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}6 & -10\\ 3 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ und $M(a)=I_2+aA$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det A=0$.

5p **b)** Beweise, dass $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+ab)$, für alle reellen Zahlen a und b.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl a so, dass $M(1)+M(2)+\ldots+M(2019)=2019M(a)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=mX^3+2X^2-mX-2$, wo m eine reelle, von null verschiedene Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $f(1)=0$, für jede reelle, von null verschiedene Zahl m.

5p **b)** Für $m=3$, bestimme die Wurzeln des Polynoms f.

5p **c)** Bestimme die reelle, von null verschiedene Zahl m so, dass $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, wo x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

III. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+5$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Beweise, dass die Funktion f konvex auf $[0,+\infty)$ ist.

5p **c)** Beweise, dass $f(x)\le 7$, für jedes $x\in(-\infty,1]$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{3x^2+6x+7}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^1 f^2(x)\,dx=11$.

5p **b)** Berechne $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)}\,dx$.

5p **c)** Beweise, dass, für jedes $a\in(0,+\infty)$, der Inhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion f, der Ox Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=0$ und $x=a$ größer oder gleich $a\sqrt{7}$ ist.