Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1,75:0,25-2\left(\frac{17}{4}-2,25\right)=175:25-2(4,25-2,25)=$	**3p**
	$=7-2\cdot 2=3$	**2p**
2.	Pentru orice $x\in[1,5]$, $f(x)=y\Leftrightarrow 2x+1=y\Leftrightarrow x=\frac{y-1}{2}$	**2p**
	$y\in \operatorname{Im} f \Leftrightarrow$ există $x\in[1,5]$ astfel încât $f(x)=y\Leftrightarrow 1\le\frac{y-1}{2}\le 5\Leftrightarrow 3\le y\le 11$, deci $\operatorname{Im} f=[3,11]$	**3p**
3.	$2x+4=2^4$	**3p**
	$x=6$, care convine	**2p**
4.	$x-\frac{20}{100}\cdot x=144$, unde x este prețul produsului înainte de ieftinire	**3p**
	$x=180$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(5-2)^2+(0-a)^2}$, deci $\sqrt{a^2+9}=5$	**3p**
	$a=-4$ sau $a=4$	**2p**
6.	$\sin 130^\circ=\sin(180^\circ-130^\circ)=\sin 50^\circ$	**2p**
	$\sin^2 130^\circ+\cos^2 50^\circ=\sin^2 50^\circ+\cos^2 50^\circ=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}3 & 6\\ -2 & -4\end{vmatrix}=3\cdot(-4)-6\cdot(-2)=$	**3p**
	$=-12+12=0$	**2p**
b)	$A\cdot A+A=\begin{pmatrix}-3 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & 6\\ -2 & -4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
c)	$X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})\Rightarrow X=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}$, unde x, y, z și t sunt numere reale și $X+I_2=\begin{pmatrix}x+1 & y\\ z & t+1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{vmatrix}x & y\\ z & t\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x+1 & y\\ z & t+1\end{vmatrix}\Leftrightarrow xt-yz=xt+x+t+1-yz\Leftrightarrow x+t=-1$ și, cum există o infinitate de numere reale x și t pentru care $x+t=-1$, există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $\det X=\det(X+I_2)$	**3p**
2.a)	$1\circ\sqrt{2}=-1\cdot\sqrt{2}+1+\sqrt{2}=$	**3p**
	$=-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}=1$	**2p**

b)	$x \circ y = -xy + x + y - 1 + 1 =$ $= -x(y-1) + (y-1) + 1 = -(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x şi y	**2p** **3p**
c)	$-(3^x - 1)(5^x - 1) + 1 = 1 \Leftrightarrow 3^x - 1 = 0$ sau $5^x - 1 = 0$ $x = 0$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 4x^3 - 4x =$ $= 4x(x^2 - 1) = 4x(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$f(2) = -55$, $f'(2) = 24$ Ecuația tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x-2)$, deci $y = 24x - 103$	**2p** **3p**
c)	$\lim\limits_{x\to 3} \frac{f(x)}{x^2 - 9} = \lim\limits_{x\to 3} \frac{f'(x)}{2x} =$ $= \lim\limits_{x\to 3} \frac{4x(x-1)(x+1)}{2x} = \lim\limits_{x\to 3} 2(x-1)(x+1) = 16$	**3p** **2p**
2.a)	$F'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2}{(x+1)^2} =$ $= \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{(x+1)^2} = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = f(x)$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$, deci funcția F este o primitivă a funcției f	**2p** **3p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx = F(x)\Big\|_0^1 = F(1) - F(0) =$ $= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$	**3p** **2p**
c)	$F(x) > 0$, pentru orice $x \in [1, a]$ și $\int_1^a \frac{f(x)}{F(x)}dx = \int_1^a \frac{F'(x)}{F(x)}dx = \ln(F(x))\Big\|_1^a = \ln(F(a)) - \ln(F(1))$ $\ln(F(a)) - \ln\frac{1}{2} = \ln\frac{8}{3} \Leftrightarrow \ln(F(a)) = \ln\frac{8}{3} + \ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow \ln(F(a)) = \ln\frac{4}{3}$, deci $\frac{a^2}{a+1} = \frac{4}{3}$ și, cum $a > 1$, obținem $a = 2$	**3p** **2p**