

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\sqrt{5}(1+2\sqrt{5})-\sqrt{5}=10$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$ függvény. Igazold, hogy $f(1) = f(2)$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_5(x^2 - 21) = \log_5 4$ egyenletet!
- 5p 4. Egy 10% -os áremelés után egy termék 220 lejbe kerül. Határozd meg a termék eredeti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordinátarendszerben adottak az $A(4,8)$ és $B(0,4)$ pontok. Határozd meg az M pont koordinátáit tudva azt, hogy az M pont az AB szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Az ABC háromszögben $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 60^\circ$. Számítsd ki az A szög koszinuszát!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ és $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 2$.
- 5p b) Igazold, hogy $B \cdot A + B = O_2$.
- 5p c) Határozd meg az n természetes számokat, amelyekre $\det(B + nA) = \det B + n \det A$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x \circ y = x + 2y + 1$ művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $1 \circ (-1) = 0$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $x \circ \left(-\frac{1}{2}\right) = x$, bármely x valós szám esetén!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy a „ \circ ” műveletnek **nincs** semleges eleme!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének a $+\infty$ felé mutató ágához húzott vízszintes aszimptóta egyenletét!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $f(x) + \ln(x^2 + 1) < \frac{5}{2}$, bármely $x \in [0,1]$ esetén!
2. Adott az $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^2 (x+1) f(x) dx = e^2 - 1$.
- 5p b) Igazold, hogy $\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = 1 - \ln 2$.
- 5p c) Igazold, hogy $\int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 e^x \ln(x+1) dx = e \ln 2$.