

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(10 + \frac{1}{2}\right)\left(10 - \frac{1}{2}\right) = \frac{399}{4}$.
- 5p 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 10 - x$ függvények grafikus képei metszéspontjának abszcisszáját!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_7(x^2 + 13) = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Egy 20% -os árcsökkentés után egy táblagép ára 800 lej. Határozd meg a táblagép árcsökkentés előtti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(2,1)$ és $B(2,7)$ pontok. Az M pont az AB szakasz felezőpontja. Számítsd ki az AM szakasz hosszát!
- 5p 6. Igazold, hogy $2\sin^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ = 0$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A(0)) = -2$.
- 5p b) Igazold, hogy $A(a) \cdot A(-a) = (2 - a^2)I_2$, bármely a valós szám esetén, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Határozd meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot tudva azt, hogy $A(1) \cdot X = A(2)$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = x^2 + xy - x - y + 1$ művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $3 * 2 = 11$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $x * (-x) = 1$, bármely x valós szám esetén.
- 5p c) Határozd meg az x valós számot, amelyre $2^x * 4 = 1$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 2}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $+\infty$ felé tartó ágához húzott vízszintes aszimptóta egyenletét!
- 5p c) Határozd meg az f függvény képelemeinek halmazát!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+4} dx = \frac{5}{2}$.
- 5p b) Igazold, hogy $\int_0^1 (f^2(x) - 1) dx = 2 \ln \frac{5}{4}$.
- 5p c) Határozd meg az f függvény $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitív függvényét, amelyre $F(0) = 0$.