

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
- 5p** 2. Să se determine numerele reale m pentru care punctul $A(m, -1)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x + 3) = 2$.
- 5p** 4. Să se determine numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 5 elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, -2)$, $B(1, 2)$ și $C(2, -1)$. Să se calculeze distanța de la punctul C la mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $AB = 8$, $AC = 8$ și $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului ABC .

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și funcția $f : \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$,

$$f(X) = X^2 - 3X + I_3, \text{ unde } X^2 = X \cdot X.$$

5p a) Să se calculeze $\det(I_3 + B)$.

5p b) Să se demonstreze că $f(A) = I_3 + B$.

5p c) Să se arate că $(f(A))^3 = I_3 + 3B + 3B^2$, unde $(f(A))^3 = f(A) \cdot f(A) \cdot f(A)$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$.

5p a) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $x \circ x = x * x$.

5p b) Să se determine numărul întreg a care are proprietatea că $x \circ a = 3$, oricare ar fi numărul întreg x .

5p c) Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x * (y + 1) = 4 \\ (x - y) \circ 1 = 5 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p c) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

2. Se consideră funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{2-x^2}$.

5p a) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției f .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$.