

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010

Proba E c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $i\sqrt{2} - 1$ este soluție a ecuației $z^2 + 2z + 3 = 0$.
- 5p 2. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - a$. Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $(f \circ g)(x) > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x + 1$.
- 5p 4. Determinați numărul elementelor mulțimii $A = \{1, 3^3, 3^6, 3^9, \dots, 3^{2010}\}$.
- 5p 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,5)$, $B(-2,5)$ și $C(6,-3)$. Scrieți ecuația medianei corespunzătoare laturii $[BC]$, în triunghiul ABC .
- 5p 6. Calculați $\sin \frac{\pi}{12}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie sistemul
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + 2ay + z = -1 \\ 2ax + y + (a+1)z = 0 \end{cases}$$
, unde $x, y, z \in \mathbb{R}$ și a este parametru real.
- 5p a) Rezolvați sistemul pentru $a = 0$.
- 5p b) Verificați dacă pentru $a = -1$ sistemul este compatibil.
- 5p c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul are soluție unică.
2. Fie $m, n \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 - 3X^2 + mX - n$ care are rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.
- 5p a) Determinați valorile reale m și n pentru care $x_1 = 2 + i$.
- 5p b) Determinați valorile reale m și n pentru care restul împărțirii polinomului f la polinomul $(X - 1)^2$ este egal cu 0.
- 5p c) Arătați că, dacă toate rădăcinile polinomului f sunt reale și $m > 0$, $n > 0$, atunci x_1, x_2, x_3 sunt strict pozitive.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$.
- 5p a) Arătați că dreapta de ecuație $y = x$ este asimptotă oblică pentru graficul funcției f spre $+\infty$.
- 5p b) Studiați derivabilitatea funcției f în punctul $x = -2$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln f(x)}{\ln x}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\cos x}{2 - \cos^2 x}$.
- 5p a) Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

- 5p** b) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
- 5p** c) Calculați $\int_0^{2\pi} x \cdot f(x) dx$.