Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $\log_7\left(3+\sqrt{2}\right)+\log_7\left(3-\sqrt{2}\right)$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+ax+b$. Determinați numerele reale *a* şi *b* pentru care graficul funcției *f* conține punctele $A(2,3)$ şi $B(-1,0)$.

5p **3.** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x+3^{x+1}=36$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $\{10,11,12,\ldots,99\}$, acesta să fie divizibil cu 4.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $M(2,-1)$ şi $N(-1,3)$. Determinați coordonatele vectorului $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$.

5p **6.** Determinați lungimea laturii unui triunghi echilateral, care are aria egală cu $4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră punctele $A_n\left(2^n,3^n\right)$, unde $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Scrieți ecuația dreptei A_0A_1.

5p **b)** Demonstrați că punctele A_1, A_2, A_3 nu sunt coliniare.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care aria triunghiului $A_nA_{n+1}A_{n+2}$ este egală cu 216.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziție asociativă $x\circ y=\frac{1}{2}(xy-x-y+3)$.

5p **a)** Verificați dacă elementul neutru al legii „$\circ$” este $e=3$.

5p **b)** Determinați simetricul elementului 2 în raport cu legea „$\circ$”.

5p **c)** Arătați că mulțimea $H=\left\{2k+1 \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea de compoziție „$\circ$”.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x+e^x$.

5p **a)** Arătați că $xf'(x)=1+xe^x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1,e)$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+2x+1$.

5p **a)** Calculați aria suprafeței cuprinse între graficul funcției *f*, axa *Ox* şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$.

5p **c)** Demonstrați că, oricare ar fi $a\geq 2$, are loc inegalitatea $\int_0^a f(x)dx\geq 3a^2+2$.