

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BISTRIȚA-NĂSĂUD

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c) simulare 14.05.2013

Matematică M4 – pedagogic

Barem de evaluare și notare

SUBIECTUL I	30p
<p>1) $\sqrt{28 + 10\sqrt{3}} = \sqrt{25 + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} + 3} = \sqrt{(5 + \sqrt{3})^2} = 5 + \sqrt{3} = 5 + \sqrt{3}$</p> <p>$\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{25 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} + 3} = \sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} = 5 - \sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$</p> <p>$5 + \sqrt{3} + 5 - \sqrt{3} = 10$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
<p>2) $\begin{matrix} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{matrix} \Rightarrow 2 \cdot 3 - (m + 1) = 3 \Rightarrow 6 - m - 1 = 3 \Rightarrow m = 2$</p>	5p
<p>3) Condiții $x > 0 \Rightarrow x \in (0, \infty)$</p> <p>Schimbarea bazei $\log_8 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 8} = \frac{\log_2 x}{3}$</p> <p>Rezolvarea ecuației: $\log_2 x + \frac{\log_2 x}{3} = 8 \Rightarrow 4 \log_2 x = 24 \Rightarrow \log_2 x = 6 \Rightarrow x = 64$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
<p>4) Notăm cu x prețul de producției și obținem $x + \frac{24x}{100} = 6200$</p> <p>$124x = 620000 \Rightarrow x = 5000$</p> <p>Valoarea TVA = $6200 - 5000 = 1200$ lei</p>	<p>3p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
<p>5) Dacă M este mijlocul lui $[AB] \Rightarrow M(3,1)$</p> <p>$AM = \sqrt{(3 - 2)^2 + (1 - 1)^2} = 1$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>6) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$</p> <p>$2AB \cdot AC \cdot \cos A = AB^2 + AC^2 - BC^2$</p> <p>$\cos A = \frac{16 + 25 - 36}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{8}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
SUBIECTUL II	30p
<p>a) $x^{\circ}y = xy - 3x - 3y + 12 = xy - 3x - 3y + 9 + 3 = x(y - 3) - 3(y - 3) + 3 = (x - 3)(y - 3) + 3$</p>	5p
<p>b) $1^{\circ}(2 * 3) = 5$</p> <p>$2 * 3 = 2 + 3 - 3 = 2$</p> <p>$1^{\circ}2 = (1 - 3)(2 - 3) + 3 = 2 + 3 = 5$</p> <p>$1^{\circ}3 = (1 - 3)(3 - 3) + 3 = 3$</p> <p>$(1^{\circ}2) * (1^{\circ}3) = 5 + 3 - 3 = 5 \Rightarrow 1^{\circ}(2 * 3) = (1^{\circ}2) * (1^{\circ}3)$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>

<p>c) $x \circ x = x^2 - 6x + 12$ $x * x = 2x - 3$ $x^2 - 6x + 12 = 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5 \text{ și } x_2 = 3$</p>	<p>2p 1p 2p</p>
<p>a) $(\forall)x \in Z, (\exists)e_1 \in Za. \hat{i}. x * e_1 = e_1 * x = x$ $x + e_1 - 3 = x \Rightarrow e_1 = 3$ $(\forall)x \in Z, (\exists)e_2 \in Za. \hat{i}. x * e_2 = e_2 * x = x$ $(x - 3)(e_2 - 3) + 3 = x \Rightarrow (x - 3)(e_2 - 3) - (x - 3) = 0 \Rightarrow (x - 3)(e_2 - 4) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ sau } e_2 = 4$ $e_1 \circ e_2 = 3 \circ 4 = (3 - 3)(4 - 3) + 3 = 3$ $e_1 * e_2 = 3 + 4 - 3 = 4$ $e_1 \circ e_2 - 2(e_1 * e_2) = 3 - 2 \cdot 4 = -5$</p>	<p>1p 2p 2p</p>
<p>b) $(x - 3) * y = 3 \Rightarrow x - 3 + y - 3 = 2 \Rightarrow x + y = 8$ $(x - y) \circ 4 = 10 \Rightarrow (x - y) \cdot 4 - 3(x - y) - 3 \cdot 4 + 12 = 10 \Rightarrow x - y = 10$ Din $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -1 \end{cases}$</p>	<p>1p 2p 2p</p>
<p>c) $G_1)$ Asociativitate $(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in Z$ $M_s = (x * y) * z = (x + y - 3) * z = x + y + z - 6$ $M_d = x * (y * z) = x * (y + z - 3) = x + y + z - 6$ $G_2)$ Legea admite element neutru s – a verificat la punctul d) $G_3)$ Orice element din Z este simetrizabil față de legea de compoziție ” * ” $(\forall)x \in Z, (\exists)x' \in Za. \hat{i}. x * x' = e \Rightarrow x * x' = x + x' - 3 = 3 \Rightarrow x' = 6 - x \in Z$ $G_4)$ Comutativitate: $x * y = y * x \Leftrightarrow x + y - 3 = y + x - 3$ adev. Din $G_1), G_2), G_3), G_4) \Rightarrow (Z, *)$ grup comutativ</p>	<p>1p 2p 2p</p>
SUBIECTUL III	
<p>1. a) $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & -1 & 1 \\ 2 & a & -4 \end{vmatrix} = 3a^2 + 7a + 14$</p>	<p>5p</p>
<p>1. b) $3a^2 + 7a + 14 = 0$ $\Delta = 49 - 168 = -119 < 0 \Rightarrow 3a^2 + 7a + 14 > 0 (\forall)a \in R$ prin urmare matricea este inversabilă</p>	<p>1p 2p 2p</p>
<p>1. c) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 2x + y - 4z = 3 \end{cases}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $d = 24; d_x = 40 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ $d_y = -8 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$ $d_z = 0 \Rightarrow z = 0$</p>	<p>1p 2p 1p 1p</p>

<p>2) a) $(AB) \cap (BC) = \{B\} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - 3y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -4 \\ 2x - 3y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow B(-2,2)$ $(BC) \cap (CA) = \{C\}$. Se obține C(4,6) $(AB) \cap (CA) = \{A\}$. Se obține A(2,0) $A = \frac{1}{2} \Delta$, $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \end{vmatrix} = -28 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot -28 = 14$</p>	<p>1p 1p 1p 2p</p>
<p>2. b) $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$ $BC = \sqrt{(4 + 2)^2 + (6 - 2)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$</p>	<p>2p 3p</p>
<p>3. c) $d(A, BC) = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $d(A, BC) = \frac{ 2 \cdot 2 + (-3) \cdot 0 + 10 }{\sqrt{4 + 9}} = \frac{14}{\sqrt{13}} = \frac{14\sqrt{13}}{13}$</p>	<p>2p 3p</p>