

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BISTRIȚA-NĂSĂUD

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c) simulare 31.01.2013

Matematică M4 – pedagogic

Barem de evaluare și notare

SUBIECTUL I	30 p
1) $(2x + 1)^2 = 3(6x + 3)$ $4x^2 + 4x + 1 = 18x + 9$ $4x^2 - 14x - 8 = 0$ $x_1 = 4$ și $x_2 = -\frac{1}{2}$	1p 2p 2p
2) $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $-\frac{b}{2a} = 2$ $-\frac{\Delta}{4a} = -1$ $V(2; -1)$	1p 1p 2p 1p
3) Condiții $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ 2x - 4 > 0 \end{cases}$ $x \in (3; \infty) = D_f$ $x^2 - 5x + 6 = 2x - 4 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ $x_1 = 5 \in D_f$ și $x_2 = 2 \text{ nu } \in D_f$ $S = \{5\}$	1p 1p 2p 1p
4) $C_4^2 = 6$ $A_5^3 = 60$ $E = 6 \cdot 60 = 360 : 10$	1p 1p 3p
5) $\frac{3}{a} = \frac{6}{8}$ $a=4$	4p 1p
6) $BC = 6 \text{ cm}$ $m(\widehat{C}) = 30^\circ \Rightarrow AB = 3 \text{ cm}$ $\cos 30^\circ = \frac{AC}{6} \Rightarrow AC = 3\sqrt{3}$ $P = 3 + 3\sqrt{3} + 6 = 9 + 3\sqrt{3} = 3(3 + \sqrt{3})$	2p 1p 2p
SUBIECTUL II	30 p
a) $x * y = 3xy + 3x + 3y + 3 - 1 = 3x(y + 1) + 3(y + 1) - 1 = 3(x + 1)(y + 1) - 1$	5p
b) $x * y = y * x, (\forall)x, y \in R$ $3xy + 3x + 3y + 2 = 3yx + 3y + 3x + 2$	1p 4p

<p>c) $(\forall)x, y, z: (x * y) * z = x * (y * z)$</p> $M_S = (x * y) * z = 3[3(x + 1)(y + 1) - 1 + 1](z + 1) - 1 = 9(x + 1)(y + 1)(z + 1) - 1$ $M_d = x * (y * z) = 3(x + 1)[3(y + 1)(z + 1) - 1 + 1] - 1 = 9(x + 1)(y + 1)(z + 1) - 1$ $M_S = M_d \Rightarrow \text{„*” este asociativă}$	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
<p>d) $(\forall)x \in R, (\exists)e \in R$ astfel încât $x * e = e * x = x$</p> $x * e = 3(x + 1)(e + 1) - 1$ $3(x + 1)(e + 1) - 1 = x \Leftrightarrow 3(x + 1)(e + 1) - (x + 1) = 0$ $(x + 1)(3e + 3 - 1) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad \text{sau} \quad 3e = -2 \Rightarrow e = -\frac{2}{3}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>e) $x * x = -1$</p> $x * x = 3(x + 1)^2 - 1$ $3(x + 1)^2 - 1 = -1 \Leftrightarrow 3(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>f) Dacă $a = \frac{1}{2}$ și $b = \frac{1}{3}$</p> <p>Atunci $a * b = 3\left(\frac{1}{2} + 1\right)\left(\frac{1}{3} + 1\right) - 1 = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} - 1 = 6 - 1 = 5$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>SUBIECTUL III</p>	<p>30 p</p>
<p>a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & b \\ 1 & b & 1 \\ b & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + ab & a + b + 1 & a + b + 1 \\ a + b + 1 & 2 + ab & a + b + 1 \\ a + b + 1 & a + b + 1 & 2 + ab \end{pmatrix}$</p>	<p>5p</p>
<p>b) Dacă $a = -1, \det = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -4$</p>	<p>5p</p>
<p>c) $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a + 2 & 1 & a \\ a + 2 & a & 1 \\ a + 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a + 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a + 2)(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & a - 1 \\ a - 1 & 0 \end{vmatrix} = -(a + 2)(a - 1)$</p>	<p>5p</p>
<p>d) $\det A = 0 \Leftrightarrow -(a - 1)^2(a + 2) = 0$</p> $a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ sau } a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$	<p>2p</p> <p>3p</p>
<p>e) $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^*$. Știm $\det \det A = -4$</p> $A^* = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
<p>f) $\det[B = -(b - 1)^2(b) + 2]$</p> <p>Pentru $b = 3^x$, obținem: $-(3^x - 1)^2(3^x + 2) = 0$</p> $3^x - 1 = 0 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ sau } 3^x + 2 = 0 \text{ ec nu are soluție.}$ <p>Deci $x = 0$ singura soluție</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>3p</p>