

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c) simulare – 30.01.2013

Matematică *M_mate-info*

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică și filiera vocațională: profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$i + i^2 + i^3 + i^4 = 0$ $2013 = 4 \cdot 503 + 1$ $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2013} = i$	1p 1p 3p
2.	$4 = \sqrt{(x-1)(x+5)}$ $x_1 = 3$ și $x_2 = -7$ Dar $x > 0$, deci $x = 3$	2p 2p 1p
3.	$f(x) = ax + b$, $a > 0$ $f(f(x)) = a^2x + ab + b$ $a = 1$, $b = -1$ $f(x) = x - 1$	1p 1p 2p 1p
4.	formula probabilităților cazuri posibile \overline{ab} : 10, 11, 12, ..., 99 \Rightarrow 90 cazuri $(a + b) : 5 \Rightarrow a + b \in \{5; 10; 15\} \Rightarrow$ 18 cazuri $\Rightarrow P = \frac{1}{5}$	1p 1p 2p 1p
5.	$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos(\sphericalangle BAC)$ $ \overline{AB} = 2$, $ \overline{AC} = \sqrt{2}$ $\cos(135^\circ) = -\cos(180^\circ - 135^\circ)$ $\cos(135^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ deci $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -2$	1p 1p 1p 1p 1p
6.	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ecuația devine $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$ $\sin x = 0 \Rightarrow x \in \{0; \pi\}$ $2 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}$ Soluția $S = \left\{ 0; \frac{\pi}{3}; \pi; \frac{5\pi}{3} \right\}$	1p 1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. a)	$I_2 = A(1) \Rightarrow I_2 \in M$ Din calcul $\Rightarrow A(x) \cdot A(y) = A(xy)$,	2p 1p
-------	--	----------

	$x, y \in \mathbb{R}^* \Rightarrow xy \in \mathbb{R}^*$ $\Rightarrow A(x) \cdot A(y) \in M, \forall x, y \in \mathbb{R}^*$	1p 1p
1. b)	$\det(A(x)) = x$ $x \neq 0$ deci A inversabilă din punctul a) sau din calcul obținem $A^{-1}(x) = A\left(\frac{1}{x}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	1p 1p 3p
1. c)	calculul $A(2013) \cdot A(x)$ calculul $(A(2013))^2$ obținem $x = 2013$	1p 2p 2p
2. a)	definiția asociativității m_s m_d și concluzia	1p 2p 2p
2. b)	$x * y = (x - 6)(y - 6) + 6$ ecuația devine $(x - 6)^3 = x - 6$ cu soluțiile 6; 7 și 5	1p 2p 2p
2. c)	Din b) arătăm că $x * 6 = 6 * x = 6, \forall x \in \mathbb{R}$ $\sqrt{36} = 6$ folosind punctul a) obținem $\sqrt{1} * \sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{2013} = 6$	2p 1p 2p

SUBIECTUL III
(30 de puncte)

1. a)	calculul derivatei	5p
1. b)	formula ecuației $y_0 = f(1) = 1, f'(1) = 1$ Obținem ecuația $y = x$	1p 2p 2p
1. c)	Din tabel obținem $x = \frac{1}{e}$ punct de minim și valoarea minimă este $e^{-\frac{1}{e}}$ concluzia	2p 1p 2p
2. a)	$F'(x) = f(x)$ $F'(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x^2+1} = \frac{ax^2 + bx + a + b}{(x+1)(x^2+1)}$ obținem $a = 1, b = -1$ și $F(x) = \ln(x+1) - \arctg x$	1p 2p 2p
2. b)	Din punctul a) avem $\int_0^1 f(x) dx = F(x) \Big _0^1$ obținem $\int_0^1 f(x) dx = \ln 2 - \frac{\pi}{4}$	2p 3p
2. c)	$\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx = \int_0^1 F'(x) \cdot F(x) dx$ aplicând formula de integrare prin părți obținem $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx = \frac{1}{2} \cdot F^2(x) \Big _0^1$ integrala căutată este $\frac{1}{2} \cdot \left(\ln 2 - \frac{\pi}{4} \right)^2$	1p 3p 1p