MODEL PENTRU SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI
26 aprilie 2013
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

M_mate-info pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică şi pentru filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

Orice variantă de rezolvare corectă şi completă se punctează corespunzător.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_3(3-\sqrt{6})+\log_3(3+\sqrt{6})=\log_3(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})$ $(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})=3^2-\left(\sqrt{6}\right)^2=9-6=3$ $\log_3 3=1$	**2p** **2p** **1p**
2.	Distanţa este $\lvert x_2-x_1\rvert$, unde $x_{1,2}$ sunt rădăcinile reale ale ecuaţiei $f(x)=0$. $\Delta=49, x_1=5, x_2=-2$ Distanţa este 7	**1p** **3p** **1p**
3.	Sistemul de condiţii: $x-1\ge 0, x+2\ge 0$ Ambii membri ai egalităţii sunt pozitivi, putem ridica la pătrat membru cu membru şi obţinem $2x+1+2\sqrt{(x-1)(x+2)}=9$ Rezultă $\sqrt{x^2+x-2}=4-x$, condiţie suplimentară $4-x\ge 0$ Obţinem $x^2+x-2=16-8x+x^2$, de unde $x=2$ valoare ce satisface toate condiţiile impuse Sau Observăm $x=2$ soluţie şi membrul stâng este reprezentat de o sumă de funcţii strict crescătoare pe domeniile corespunzătoare, deci soluţia este unică.	**1p** **1p** **1p** **1p** **1p**
4.	$T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k$; $n=30, a=x, b=x^{-\frac{1}{2}}$ $T_{k+1}=C_{30}^k x^{30-k}x^{-\frac{k}{2}}=C_{30}^k x^{\frac{60-3k}{2}}$ Impunem $\frac{60-3k}{2}=0$, deci $k=20$, în concluzie T_{21}	**2p** **1p** **2p**
5.	Panta dreptei date este $m=3$. Panta dreptei perpendiculare pe dreapta dată este : $m'=-\frac{1}{3}$. Ecuaţia dreptei ce trece printr-un punct şi de pantă dată: $y-y_0=m(x-x_0)$, deci $y=-\frac{1}{3}x$.	**2p** **1p** **2p**
6.	$m(\sphericalangle A)+m(\sphericalangle B)+m(\sphericalangle C)=180^\circ$, deci $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ Din teorema sinusurilor: $\frac{AB}{\sin C}=2R$, rezultă $R=\frac{AB}{2\sin C}$ $\sin C=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $R=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$	**2p** **1p** **1p** **1p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$x=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}^{-1}$ $\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}$ Ecuația are soluția unică $\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}$.	**2p** **2p** **1p**
1.b)	Ecuația $f(x)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix}$ nu are soluții: permutarea $\begin{pmatrix}1&2&3\\2&1&3\end{pmatrix}$ este impară iar $f(x)$ este pară. Funcția f nu este surjectivă.	**3p** **2p**
1.c)	$f(e)=e,\ f(\begin{pmatrix}1&2&3\\1&3&2\end{pmatrix})=e\ ,e=\begin{pmatrix}1&2&3\\1&2&3\end{pmatrix}$. f nu este injectivă.	**3p** **2p**
2.a)	$\alpha\in\mathbb{R}$ rădăcină implică $f(\alpha)=0$ $\alpha^3-3\alpha^2\sqrt{2}+6\alpha+a=0$ $\alpha^3-6\alpha-a=0$ și $3\alpha^2=0$ $\alpha=0.$	**1p** **1p** **2p** **1p**
2.b)	$(x_1-x_2)^2+(x_1-x_3)^2+(x_2-x_3)^2=2(x_1^2+x_2^2+x_3^2)-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=$ $2(x_1+x_2+x_3)^2-6(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$ Din relațiile lui Viete se obține 0.	**2p** **1p** **2p**
2.c)	Din b) și din faptul că toate rădăcinile sunt reale rezultă că $x_1=x_2=x_3$ Cum $x_1+x_2+x_3=3\sqrt{2}$ rezultă că $x_1=x_2=x_3=\sqrt{2}$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f\left(e^{x+1}\right)=\dfrac{x+1}{e^{x+1}}$. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+1}{e^{x+1}}=0.$	**2p** **3p**
1.b)	$f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ $f'(x)>0$ pe $(0,e)$, $f'(x)<0$ pe (e,∞) . f este crescătoare pe $(0,e)$ și descrescatoare pe (e,∞) .	**2p** **1p** **2p**
1.c)	Din b) $f(n+1)<f(n)$, oricare $n\geq 3$. $n^{n+1}>(n+1)^n$, oricare $n\geq 3$.	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^1 t\sqrt{1+t^2}\,dt \underset{2tdt=dy}{\overset{1+t^2=y}{=}} \frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{y}\,dy$ $=\frac{1}{2}\frac{2}{3}\sqrt{y^3}\Big\|_1^2=\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right).$	**3p** **2p**

2.b)	$t^n\sqrt{1+t^2} < \sqrt{2}t^n$, oricare $t \in [0,1]$ $0 < \int_0^1 t^n\sqrt{1+t^2}\,dt < \sqrt{2}\int_0^1 t^n dt = \sqrt{2}\,\frac{1}{n+1}$ Obținerea limitei 0.	**2p** **2p** **1p**
2.c)	Aplicarea regulii lui l'Hospital $\lim_{x\to\infty}\frac{\int_0^x t^n\sqrt{1+t^2}\,dt}{x^{n+2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^n\sqrt{1+x^2}}{(n+2)x^{n+1}}$ Finalizare $\frac{1}{n+2}$.	**1p** **2p** **2p**