Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c) simulare – 16.05.2013
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică şi filiera vocaţională: profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Să de determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcţiei $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 1$ să intersecteze axa Ox în două puncte.

5p **2.** Aflaţi modulul numărului complex $z = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i\sqrt{3}}\right)^{2013}$.

5p **3.** Rezolvaţi ecuaţia: $A_2^x + C_3^x = 5 \cdot \frac{P_x}{2}$

5p **4.** Aflaţi termenul din mijloc al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x}\right)^{12}$

5p **5.** Aflaţi măsura unghiului dintre vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ şi $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

5p **6.** Aflaţi $m \in \mathbb{R}$ ştiind că distanţa de la punctul A(m; 3) la dreapta de ecuaţie $4x - 3y + 1 = 0$ este egală cu 4.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Fie sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x - y - z = -1 \\ x + y - 2z = n \\ -2x + my + z = 0 \end{cases}$, $m, n \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine m pentru care sistemul este compatibil determinat.

5p **b)** Să se determine m şi n pentru care sistemul este incompatibil.

5p **c)** Pentru $m = 4$ şi $n = -3$ să se rezolve sistemul.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X + 2a$, $a \in \mathbb{Z}$ şi $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$, rădăcinile polinomului.

5p **a)** Să se determine $a \in \mathbb{Z}$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul $g = X - a$.

5p **b)** Să se arate că determinantul $d = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ nu depinde de a.

5p **c)** Să se arate că polinomul f are o singură rădăcină reală.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Fie funcţia $f:(0;+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 1} \left(1 + f(x)\right)^{\frac{1}{x-1}}$

5p **b)** Să se arate că derivata funcţiei f este crescătoare pe $(0;+\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $1 + \ln k < (k+1)\ln(k+1) - k\ln k < 1 + \ln(k+1)$, $\forall k \in \mathbb{N}^*$.

2. Fie şirul $\left(I_n\right)_{n \in \mathbb{N}}$ definit prin $I_n = \int_0^2 \frac{x^n}{x^2+4}\,dx$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze I_0.

5p **b)** Să se arate că $I_n \le 2^n \cdot \frac{\pi}{8}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $I_{n+4} = 16 I_n - \frac{2^{n+4}}{(n+1)(n+3)}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.