

Inspectoratul Școlar Județean Bistrița-Năsăud
Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c) Matematică – simulare – 16.05.2013
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_3 + a_5 = 10$ și rația 2. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
- 5p** 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $64^x = \sqrt{2}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+1) - \lg(x-1) = 1 - \lg(2x-10)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $\{1;2;3;\dots;40\}$ acesta să nu fie divizibil cu 4.
- 5p** 5. Se consideră punctul $A(1,-2)$ și dreapta de ecuație $d: 4x - 2y + 7 = 0$. Să se determine ecuația dreptei ce trece prin A și este paralelă cu dreapta d .
- 5p** 6. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Să se calculeze $\operatorname{tg} \alpha$, știind că $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare:
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x + 2y - 3z = 4, \text{ unde } a \text{ este un număr real.} \\ ax - y - 6z = 1 \end{cases}$$

Notăm cu A matricea asociată sistemului.

- 5p** a) Calculați determinantul matricei A .
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care sistemul este compatibil determinat.
- 5p** c) Determinați soluția sistemului pentru $a = 3$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - aX + 2$, $a \in \mathbf{R}$ și fie $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{C}$ rădăcinile sale.
- 5p** a) Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2x_3$.
- 5p** b) Pentru $a = 3$ arătați că polinomul f se divide cu polinomul $X + 2$.
- 5p** c) Să se demonstreze că, dacă $a < 0$, atunci polinomul f are o singură rădăcină reală.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - 2 \ln x$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\ln \frac{4}{\sqrt{x}} \geq \frac{4 - \sqrt{x}}{4}$, pentru orice $x > 0$.
2. Fie funcțiile $f, F: (0; +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x+1}{x}$ și $F(x) = e^x + x + \ln x$.
- 5p** a) Să se demonstreze că funcția F este o primitivă pentru funcția f .
- 5p** b) Să se calculeze $\int_1^2 x(F(x) - x - \ln x) dx$.
- 5p** c) Să se determine parametrul real m astfel încât aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$ să fie egală cu e^m .