

**MODEL PENTRU SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL  
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI****26 aprilie 2013****SUBIECT**

*M\_mate-info* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

- 5p 1. Calculați  $\log_3(3 - \sqrt{6}) + \log_3(3 + \sqrt{6})$ .
- 5p 2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție ale reprezentării grafice a funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x - 10$  cu axa  $Ox$ .
- 5p 3. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$ .
- 5p 4. Determinați termenul care nu-l conține pe  $x$  în dezvoltarea  $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ ,  $x > 0$ .
- 5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul  $O(0,0)$  și este perpendiculară pe dreapta de ecuație  $3x - y - 1 = 0$ .
- 5p 6. Să se determine raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 5$ , măsura unghiului  $BAC$  este  $65^\circ$  și măsura unghiului  $ABC$  este  $70^\circ$ .

**SUBIECTUL II****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: S_3 \rightarrow S_3$ ,  $f(x) = x^2$ .
- 5p a) Să se rezolve în mulțimea  $S_3$  ecuația  $x \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .
- 5p b) Să se studieze surjectivitatea funcției  $f$ .
- 5p c) Să se studieze injectivitatea funcției  $f$ .
2. Se consideră polinomul cu coeficienți reali  $X^3 - 3X^2\sqrt{2} + 6X + a$  cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Să se determine  $a \in \mathbf{R}$  știind că polinomul admite o rădăcină rațională.
- 5p b) Să se calculeze  $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2$ .
- 5p c) Să se determine rădăcinile polinomului, în cazul în care acestea sunt reale.

**SUBIECTUL III****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția:  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .
- 5p a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(e^{x+1})$ .
- 5p b) Studiați monotonia funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $n^{n+1} > (n+1)^n$ , pentru orice număr natural  $n \geq 3$ .
2. Pentru  $n$  natural nenul se definește  $f_n: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f_n(x) = \int_0^x t^n \sqrt{1+t^2} dt$ .
- 5p a) Să se calculeze  $f_1(1)$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x t^n \sqrt{1+t^2} dt}{x^{n+2}}$ .

