Inspectoratul Şcolar Judeţean Bistriţa-Năsăud

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c) simulare – 31.01.2013
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică şi filiera vocaţională: profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Să se calculeze $i+i^2+i^3+...+i^{2013}$;

5p **2.** Să se determine x > 0, ştiind că numerele x – 1; 4 şi x + 5 sunt în progresie geometrică;

5p **3.** Să se determine funcţia de gradul întâi, strict crescătoare, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ pentru care $f(f(x))=x-2$;

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor divizibilă cu 5;

5p **5.** În triunghiul ABC se cunosc AB = 2, AC = $\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle BAC)=135^0$. Să se calculeze produsul scalar $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$;

5p **6.** Să se rezolve în mulţimea $[0;2\pi)$ ecuaţia $\sin 2x=\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Fie mulţimea $M=\left\{A(x)=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / x\in\mathbb{R}^*\right\}$.

5p **a)** Să se arate că $I_2\in M$ şi $A(x)\cdot A(y)\in M, \forall x,y\in\mathbb{R}^*$;

5p **b)** Să se arate că $A(x)$ este inversabilă şi să se determine inversa ei ;

5p **c)** Să se rezolve ecuaţia $A(2013)\cdot A(x)=(A(2013))^2$.

2. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie dată de relaţia $x*y=xy-6x-6y+42$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că legea „$*$" este asociativă;

5p **b)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $x*x*x=x$;

5p **c)** Să se calculeze $\sqrt{1}*\sqrt{2}*\sqrt{3}*...*\sqrt{2013}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{x\cdot\ln x}$.

5p **a)** Să se arate că derivata funcţiei f este $f'(x)=e^{x\cdot\ln x}(\ln x+1)$;

5p **b)** Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă 1;

5p **c)** Să se demonstreze că $x\cdot\ln x+\frac{1}{e}\geq 0, \forall x>0$.

2. Se consideră funcţiile $F:(-1;\infty)\to\mathbb{R}$, F(x) = a$\cdot\ln(x+1)+$ b$\cdot\mathrm{arctg}\,x$ şi $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-x}{(x+1)(x^2+1)}$.

5p **a)** Să se determine a, b $\in\mathbb{R}$, astfel încât F să fie o primitivă a lui f ;

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$;

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\cdot F(x)dx$.