

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că  $\frac{1+i}{1-i} = a + ib$  și  $i^2 = -1$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să nu conțină cifra 6.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, 3)$  și  $C(0, -2)$ . Determinați ecuația paralelei duse prin  $C$  la  $AB$ .
- 5p** 6. Determinați  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  pentru care  $\frac{1 + \sin x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** b) Calculați inversa matricei  $A(-1)$  în  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .
- 5p** c) Determinați perechile de numere naturale  $(a, b)$  pentru care matricea  $A(a) \cdot A(b)$  are suma elementelor egală cu 24.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$ . Legea „\*” este asociativă și are element neutru.
- 5p** a) Arătați că  $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Calculați  $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  care sunt egale cu simetricile lor față de legea „\*”.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x-1}$ .
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției  $f$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 2$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$ .
2. Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$ .
- 5p** a) Calculați  $I_1$ .
- 5p** b) Arătați că  $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$ , pentru orice număr natural nenul  $n$ .
- 5p** c) Arătați că  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$ .