

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c) – 2 iulie 2014**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Varianta 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. Tema**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Berechne die Summe der ersten drei Glieder der arithmetischen Folge  $(a_n)_{n \geq 1}$ , wenn  $a_1 = 6$  und  $a_2 = 12$ .
- 5p** 2. Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel, die der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + 4$  entspricht.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$ .
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte natürliche zweistellige Zahl, die Ziffer 1 enthält.
- 5p** 5. Gegeben ist das gleichseitige Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 2$ . Bestimme die Länge des Vektors  $\overline{AB + BC}$ .
- 5p** 6. Bestimme den Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks  $ABC$ , wobei  $A = \frac{\pi}{2}$  und  $AC = 4$ .

**II. Tema**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Matrix  $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$ , wobei  $a$  eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass  $\det(A(0)) = 8$ .
- 5p** b) Bestimme die reellen Zahlen  $a$ , sodass  $\det(A(a)) = 0$ .
- 5p** c) Bestimme die Matrix  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ , wenn  $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ .
2. Gegeben sind die Wurzeln  $x_1, x_2, x_3$  des Polynoms  $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$ , wobei  $m$  eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Berechne  $f(1)$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$ .
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl  $m$ , sodass  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$ .

**III. Tema**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Asymptoten gegen  $+\infty$  an das Schaubild der Funktion  $f$ .
- 5p** c) Zeige, dass  $f(x) \leq \frac{1}{e}$  für jedes  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + x + 1$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$ .
- 5p** b) Gegeben ist die Zahl  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$  für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl  $n$ . Zeige,

dass  $I_{n+1} \leq I_n$  für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl  $n$ .

**5p** c) Bestimme die reelle positive Zahl  $a$ , wobei  $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)} dx = \ln 3$ .