

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. TÉTEL

(30 punct)

- 5p 1. Számítsd ki az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány első három tagjának összegét, ha $a_1 = 6$ és $a_2 = 12$.
- 5p 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 4$ függvényhez rendelt parabola csúcsának koordinátáit!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztva egy számot, az tartalmazza az 1-es számjegyet!
- 5p 5. Adott az ABC egyenlő oldalú háromszög, amelyben $AB = 2$. Számítsd ki az $\overline{AB} + \overline{BC}$ vektor hosszát!
- 5p 6. Számítsd ki az ABC egyenlőszárú háromszög területét, ha $A = \frac{\pi}{2}$ és $AC = 4$.

II. TÉTEL

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a egy valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A(0)) = 8$.
- 5p b) Határozd meg az a valós értékeit, amelyekre $\det(A(a)) = 0$.
- 5p c) Ha $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ határozd meg az $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ mátrixot!
2. Legyenek x_1, x_2 és x_3 az $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$ polinom gyökei, ahol m egy valós szám.
- 5p a) Számítsd ki az $f(1)$ értékét!
- 5p b) Igazold, hogy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$.
- 5p c) Határozd meg az m valós értékét ha $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

III. TÉTEL

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Határozd meg a függvény grafikusképe aszimptótájának egyenletét a $+\infty$ -ben!
- 5p c) Igazold, hogy $f(x) \leq \frac{1}{e}$ bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$.
- 5p b) Minden n nemnulla természetes szám esetén adott az $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$ szám. Igazold, hogy $I_{n+1} \leq I_n$ bármely n nemnulla természetes szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az a pozitív valós számot, ha $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)} dx = \ln 3$.