

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică $M_mate-info$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ÚLOHA I

(30 bodov)

- 5b** 1. Výpočítajte súčet prvých troch členov aritmetického radu $(a_n)_{n \geq 1}$ vediac, že $a_1 = 6$ a $a_2 = 12$.
- 5b** 2. Určte súradnice vrcholu paraboly asociovanej k funkcii $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 4$.
- 5b** 3. Riešte v množine reálnych čísel rovnicu $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$.
- 5b** 4. Výpočítajte pravdepodobnosť toho, že ak náhodne vyberieme jedno číslo z množiny všetkých dvojciferných prirodzených čísel, potom toto číslo bude obsahovať číslicu 1.
- 5b** 5. Je daný rovnostranný trojuholník ABC s $AB = 2$. Výpočítajte dĺžku vektora $\overline{AB} + \overline{BC}$.
- 5b** 6. Výpočítajte obsah rovnoramenného trojuholníka ABC vediac, že $A = \frac{\pi}{2}$ a $AC = 4$.

ÚLOHA II

(30 bodov)

1. Je daná matica $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$, kde a je reálne číslo.
- 5b** a) Dokážte, že $\det(A(0)) = 8$.
- 5b** b) Určte reálne číslo a , pre ktoré $\det(A(a)) = 0$.
- 5b** c) Určte maticu $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ vediac, že $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.
2. Nech x_1, x_2, x_3 sú korene polynómu $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$, kde m je reálne číslo.
- 5b** a) Výpočítajte $f(1)$.
- 5b** b) Dokážte, že $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$.
- 5b** c) Určte reálne číslo m vediac, že $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

ÚLOHA III

(30 bodov)

1. Je daná funkcia $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 5b** a) Dokážte, že $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5b** b) Určte rovnicu asymptoty do $+\infty$ ku grafu funkcie f .
- 5b** c) Dokážte, že $f(x) \leq \frac{1}{e}$ pre každé $x \in (0, +\infty)$.
2. Je daná funkcia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 5b** a) Dokážte, že $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$.
- 5b** b) Pre každé nenulové prirodzené číslo n majme číslo $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$. Dokážte, že $I_{n+1} \leq I_n$ pre každé nenulové prirodzené číslo n .
- 5b** c) Určte kladné reálne číslo a vediac, že $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)} dx = \ln 3$.