

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 1

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECT I**

**(30 bodeva)**

- 56 1. Izračunaјte збир прва три члана аритметичке прогресије  $(a_n)_{n \geq 1}$  знајући да  $a_1 = 6$  и  $a_2 = 12$ .
- 56 2. Одредите координате врха параболe функције  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + 4$ .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$ .
- 56 4. Израчунајте вероватноћу да бирајучи један број из скупа природних двоцифрених бројева, он да садржи цифру 1.
- 56 5. Сматра се једнакостранични троугао  $ABC$  са  $AB = 2$ . Израчунајте дужину вектора  $\overline{AB} + \overline{BC}$ .
- 56 6. Израчунајте површину једнакокраког троугла  $ABC$  знајући да  $A = \frac{\pi}{2}$  и  $AC = 4$ .

**SUBIECT II**

**(30 бодова)**

1. Сматра се матрица  $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$ , где  $a$  јесте реални број.
- 56 а) Докажите да  $\det(A(0)) = 8$ .
- 56 б) Одредите реалне бројеве  $a$  тако да  $\det(A(a)) = 0$ .
- 56 в) Одредите матрицу  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  знајући да  $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ .
2. Сматрају се  $x_1, x_2, x_3$  солуције полинома  $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$ , где  $m$  је реални број.
- 56 а) Израчунајте  $f(1)$ .
- 56 б) Докажите да  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$ .
- 56 в) Одредите реални број  $m$  знајући да  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$ .

**SUBIECT III**

**(30 бодова)**

1. Сматра се функција  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .
- 56 а) Докажите да  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 56 б) Одредите једначину асимптоте према  $+\infty$  на график функције  $f$ .
- 56 в) Докажите да  $f(x) \leq \frac{1}{e}$  за било који  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + x + 1$ .
- 56 а) Докажите да  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$ .
- 56 б) За сваки природни ненулта број  $n$  сматра се број  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$ . Докажите да  $I_{n+1} \leq I_n$  за било који ненулта природни број  $n$ .
- 56 в) Одредите реални позитивни број  $a$  знајући да  $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)} dx = \ln 3$ .