

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică $M_mate-info$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ZĂLDĂNĂ I

(30 baliv)

- 56 1. Обчисліть суму перших трьох членів арифметичної прогресії $(a_n)_{n \geq 1}$, знаючи, що $a_1 = 6$ і $a_2 = 12$.
- 56 2. Визначте координати вершини параболи функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 4$.
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел рівняння $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$.
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що, вибираючи одне число із множини двоцифрових натуральних чисел, воно міститиме цифру 1.
- 56 5. Розглядають рівносторонній трикутник ABC і $AB = 2$. Обчисліть довжину вектора $\overline{AB} + \overline{BC}$.
- 56 6. Обчисліть площу рівнобедреного трикутника ABC , знаючи, що $A = \frac{\pi}{2}$ і $AC = 4$.

ZĂLDĂNĂ II

(30 балів)

1. Дано матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$, де a - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(0)) = 8$.
- 56 б) Визначте дійсні числа a , для яких $\det(A(a)) = 0$.
- 56 в) Визначте матрицю $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, знаючи, що $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.
2. Дано x_1, x_2, x_3 - корені многочлена $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$, де m - дійсне число.
- 56 а) Обчисліть $f(1)$.
- 56 б) Докажіть, що $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$.
- 56 в) Визначте дійсне число m , знаючи, що $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

ZĂLDĂNĂ III

(30 балів)

1. Дано функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 56 б) Для графіка функції f визначте рівняння асимптоти, прямоючої до $+\infty$.
- 56 в) Докажіть, що $f(x) \leq \frac{1}{e}$ для будь-якого $x \in (0, +\infty)$.
2. Дано функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$.
- 56 б) Для кожного ненульового натурального числа n розглядають число $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$.
Докажіть, що $I_{n+1} \leq I_n$, для будь-якого ненульового натурального числа n .
- 56 в) Визначте дійсне додатне число a знаючи, що $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)} dx = \ln 3$.