Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. Thema (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme den reellen Teil der komplexen Zahl $z = 1 + 2i + 3i^2$.

5p **2.** Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes der Schaubilder der Funktionen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x-1$ und $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 3x-5$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $3^{x^2-x} = 3^{2x}$.

5p **4.** Wie viele zweistellige, natürliche, gerade Zahlen , kann man mit den Ziffern 0,1, 2 und 3 bilden.

5p **5.** Gegeben sind die Vektoren $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ und $\overrightarrow{AC} = (m+1)\vec{i} + 4\vec{j}$ im kartesischen Koordinatensystem xOy, wobei m eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl m, wenn $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Gegeben ist das Dreieck ABC mit $AB = AC = 3$ und $BC = 3\sqrt{2}$. Bestimme $\cos C$.

II. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ 2x^2-2x & 4x & 1 \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(0)) = 1$.

5p **b)** Zeige, dass $A(x+y) = A(x)\cdot A(y)$ für alle reelle Zahlen x und y.

5p **c)** Bestimme die reellen Zahlen x, wenn $A(x^2+2) = A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 - 3X^2 + aX - 2$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $f(2) = 2(a-3)$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl a, wenn das Polynom f durch $X^2 - X + 1$ teilbar ist.

5p **c)** Für $a = 3$, löse die Gleichung $f(2^x) = 0$.

III. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{xe^x}{x+2}$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x) = \dfrac{(x^2+2x+2)e^x}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x_0 = 0$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.

5p **c)** Zeige, dass die Gleichung $f(x) = 1$ wenigstens eine Lösung im Intervall $(1,2)$ hat.

2. Gegeben ist die Zahl $I_n = \int_0^1 \dfrac{x^n}{1+x^n}dx$ für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.

5p **a)** Zeige, dass $I_1 = 1 - \ln 2$.

5p **b)** Zeige, dass $I_{n+1} \le I_n$ für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.

5p **c)** Zeige, dass $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 0$.