

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 7

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**СУБЈЕКАТ I**

**(30 бодова)**

- 56 1. Одредите реални део комплексног броја  $z = 1 + 2i + 3i^2$ .
- 56 2. Одредите координате тачке пресека графика функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3x - 5$ .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $3^{x^2-x} = 3^{2x}$ .
- 56 4. Одредите колико природних парних двоцифрених бројева, могу се створити са цифрама 0, 1, 2 и 3.
- 56 5. У картезијанском систему  $xOy$  сматрају се вектори  $\overline{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  и  $\overline{AC} = (m+1)\vec{i} + 4\vec{j}$ , где  $m$  јесте реални број. Одредите реални број  $m$  знајући да  $\overline{AC} = 2\overline{AB}$ .
- 56 6. Сматра се троугао  $ABC$  са  $AB = AC = 3$  и  $BC = 3\sqrt{2}$ . Одредите  $\cos C$ .

**СУБЈЕКАТ II**

**(30 бодова)**

1. Сматра се матрица  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ 2x^2 - 2x & 4x & 1 \end{pmatrix}$ , где  $x$  јесте реалан број.
- 56 а) Докажите да  $\det(A(0)) = 1$ .
- 56 б) Докажите да  $A(x+y) = A(x) \cdot A(y)$  за било које реалне бројеве  $x$  и  $y$ .
- 56 в) Одредите реалне бројеве  $x$  знајући да  $A(x^2 + 2) = A(x) \cdot A(x) \cdot A(x)$ .
2. Сматра се полином  $f = X^3 - 3X^2 + aX - 2$ , где је  $a$  реалан број.
- 56 а) Докажите да  $f(2) = 2(a-3)$ .
- 56 б) Одредите реалан број  $a$  знајући да полином  $f$  је дељив са  $X^2 - X + 1$ .
- 56 в) За  $a = 3$ , решите једначину  $f(2^x) = 0$ .

**СУБЈЕКАТ III**

**(30 бодова)**

1. Сматра се функција  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{xe^x}{x+2}$ .
- 56 а) Докажите да  $f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 2)e^x}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 56 б) Одредите једначину тангенсе на график функције  $f$  у тачци апсцисе  $x_0 = 0$ , који се налази на график функције  $f$ .
- 56 в) Докажите да једначина  $f(x) = 1$  има најмање једну солуцију у интервалу  $(1, 2)$ .
2. За сваки природни ненулта број  $n$  сматра се број  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n} dx$ .
- 56 а) Докажите да  $I_1 = 1 - \ln 2$ .
- 56 б) Докажите да  $I_{n+1} \leq I_n$  за било који природни ненулта број  $n$ .
- 56 в) Докажите да  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ .