

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 7

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ЗВАННЯ I**

**(30 балів)**

- 56 1. Визначте дійсну частину комплексного числа  $z = 1 + 2i + 3i^2$ .
- 56 2. Визначте координати точки перетину графіків функцій  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$  і  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3x - 5$ .
- 56 3. На множині дійсних чисел розв'яжіть рівняння  $3^{x^2-x} = 3^{2x}$ .
- 56 4. Знайдіть, скільки парних двоцифрових натуральних чисел можна утворити з цифр 0, 1, 2 і 3.
- 56 5. У декартовому репері  $xOy$  дано вектори  $\overline{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  і  $\overline{AC} = (m+1)\vec{i} + 4\vec{j}$ , де  $m$  - дійсне число. Визначте дійсне число  $m$ , знаючи, що  $\overline{AC} = 2\overline{AB}$ .
- 56 6. Дано трикутник  $ABC$ , у якому  $AB = AC = 3$  і  $BC = 3\sqrt{2}$ . Обчисліть  $\cos C$ .

**ЗВАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Дано матрицю  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ 2x^2 - 2x & 4x & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x$  - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що  $\det(A(0)) = 1$ .
- 56 б) Докажіть, що  $A(x+y) = A(x) \cdot A(y)$  для будь-яких дійсних чисел  $x$  та  $y$ .
- 56 в) Визначте дійсні числа  $x$ , знаючи, що  $A(x^2+2) = A(x) \cdot A(x) \cdot A(x)$ .
2. Дано многочлен  $f = X^3 - 3X^2 + aX - 2$ , де  $a$  - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що  $f(2) = 2(a-3)$ .
- 56 б) Знаючи, що многочлен  $f$  ділиться на  $X^2 - X + 1$ , знайдіть дійсне число  $a$ .
- 56 в) Якщо  $a = 3$ , розв'яжіть рівняння  $f(2^x) = 0$ .

**ЗВАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Дано функцію  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{xe^x}{x+2}$ .
- 56 а) Докажіть, що  $f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 2)e^x}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 56 б) Визначте рівняння дотичної до графіка функції  $f$  у точці з абсцисою  $x_0 = 0$ , яка знаходиться на графіку функції  $f$ .
- 56 в) Докажіть, що рівняння  $f(x) = 1$  має хоча б один корінь у інтервалі  $(1, 2)$ .
2. Для кожного ненульового натурального числа  $n$  розглядають число  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n} dx$ .
- 56 а) Докажіть, що  $I_1 = 1 - \ln 2$ .
- 56 б) Докажіть, що  $I_{n+1} \leq I_n$  для будь-якого ненульового натурального числа  $n$ .
- 56 в) Доведіть, що  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ .