

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. Tema

(30 Puncte)

- 5p** 1. Bestimme den reellen Teil der komplexen Zahl $z = 3 + 2(1 - i)$.
- 5p** 2. Zeige, dass $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23$, wenn x_1 und x_2 Lösungen der Gleichung $x^2 - 3x + 10 = 0$ sind.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$.
- 5p** 4. Wie viele natürliche, dreistellige, ungerade Zahlen mit verschiedenen Ziffern kann man mit den Elementen der Menge $\{1, 2, 3\}$ bilden.
- 5p** 5. Bestimme die reelle Zahl a , sodass die Geraden mit den Gleichungen $y = (a - 1)x + 1$ und $y = 2x - 3$ parallel sind.
- 5p** 6. Bestimme den Radius des Umkreises des Dreiecks ABC , wobei $AB = 3$, $AC = 4$ und $BC = 5$.

II. Tema

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Berechne $\det(A(2))$.
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl x , sodass $A(x) \cdot A(-x) = I_2$, wobei $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Zeige, dass $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(n)) = \frac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n .
2. In der Menge der reellen Zahlen wird die assoziative Verknüpfung $x * y = 4(x + y - 3) - xy$ definiert.
- 5p** a) Berechne $2 * 4$.
- 5p** b) Zeige, dass $x * y = 4 - (x - 4)(y - 4)$ für alle reelle Zahlen x und y .
- 5p** c) Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $x * x * x = x$.

III. Tema

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x - x + 1$.
- 5p** a) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow e} f(x) = 1$.
- 5p** b) Zeige, dass $f'(x) = \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Zeige, dass $f(x) \geq 0$ für jedes $x \in (0, +\infty)$.
2. Gegeben ist die Funktion $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 8x + 15}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_0^{2014} (x + 3)(x + 5)f(x) dx = 2014$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_{-1}^1 f(x) \cdot f'(x) dx = -\frac{1}{144}$.
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl a , $a > 0$, wenn der Inhalt der Fläche, die vom Schaubild der Funktion f , der Ox Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = 0$ und $x = a$ begrenzt ist, gleich $\frac{1}{2} \ln \frac{10}{9}$ ist.