

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. Tema

(30 Puncte)

- 5p 1. Determine die reelle Zahl x , sodass die Zahlen 2, $x+2$ und 10 aufeinanderfolgende Glieder einer arithmetischen Folge sind.
- 5p 2. Determine den kleinsten Wert der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 10$.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_2(x^2 - 2x) = 3$.
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte natürliche zweistellige Zahl gerade ist.
- 5p 5. Determine die reelle Zahl a , sodass die Vektoren $\vec{u} = (a-2)\vec{i} - 2\vec{j}$ und $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ entgegengesetzt sind.
- 5p 6. Berechne den Kosinus des Winkels A des Dreiecks ABC , sodass $AB = 4$, $AC = 5$ und $BC = 6$.

II. Tema

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p a) Berechne $\det B$.

5p b) Zeige, dass $AB = BA$.

5p c) Determine die reellen Zahlen x , sodass $\det(B + xA) = 1$

2. In der Menge der reellen Zahlen definieren wir die assoziative Verknüpfung $x * y = xy - 4(x + y - 5)$.

5p a) Berechne $4 * 5$.

5p b) Zeige, dass $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ für alle reelle Zahlen x und y .

5p c) Berechne $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$.

III. Tema

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$.

5p a) Berechne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

5p b) Zeige, dass $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Zeige, dass die Funktion f konvex im Intervall $(-1, 1)$ ist.

2. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.

5p a) Zeige, dass $\int_1^e f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2}$.

5p b) Zeige, dass $\int_1^e x^3 f(x) dx = \frac{3e^4 + 1}{16}$.

5p c) Determine den Inhalt der Fläche, die vom Schaubild der Funktion f , der Ox Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = e$ begrenzt ist.