

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Varianta 7

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Mennyi az  $x$  valós szám értéke, ha 2,  $x+2$  és 10 számok egy számtani haladvány egymásutáni tagjai?
- 5p 2. Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x - 10$  függvény minimumát!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\log_2(x^2 - 2x) = 3$  egyenletet!
- 5p 4. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy kétjegyű természetes szám páros legyen?
- 5p 5. Határozd meg az  $a$  valós számot, ha az  $\vec{u} = (a-2)\vec{i} - 2\vec{j}$  és  $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  ellentett vektorok!
- 5p 6. Számítsd ki az  $A$  szög koszinuszát abban az  $ABC$  háromszögben, amelyben  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  és  $BC = 6$ .

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Számítsd ki  $\det B$  értékét!
- 5p b) Igazold, hogy  $AB = BA$
- 5p c) Határozd meg az  $x$  valós szám azon értékeit, amelyekre  $\det(B + xA) = 1$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = xy - 4(x + y - 5)$  asszociatív algebrai műveletet.
- 5p a) Számítsd ki  $4 * 5$  értékét!
- 5p b) Igazold, hogy  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
- 5p c) Számítsd ki  $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$  értékét!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$  függvény.
- 5p a) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  határértéket!
- 5p b) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p c) Igazold, hogy az  $f$  függvény konvex a  $(-1, 1)$  intervallumon!
2. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_1^e f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2}$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $\int_1^e x^3 f(x) dx = \frac{3e^4 + 1}{16}$ .
- 5p c) Számítsd ki az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x = 1$  és  $x = e$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!