Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Berechne den reellen Teil der komplexen Zahl $z=\frac{3+2i}{2-3i}$.

5p **2.** Berechne die reelle Zahl a, wenn das Schaubild der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-a$ tangent an die Ox - Achse ist.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $2^{2x}+3\cdot 4^x-16=0$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein einziges Element einer zufällig gewählten Teilmenge mit zwei Elementen der Menge $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ eine gerade Zahl ist.

5p **5.** Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $M(2,3)$ und $N(4,1)$. Bestimme die Gleichung der Mittelsenkrechten der Strecke MN.

5p **6.** Zeige, dass $(\sin x+\sin(\pi-x))^2+(\cos x+\cos(2\pi-x))^2=4$, für jede reelle Zahl x.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben werden die Matrizen $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ und $A(x)=\begin{pmatrix}0&0&-1\\x&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $A(1)+A(-1)=2A(0)$.

5p **b)** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\det(A(x)+I_3)=0$.

5p **c)** Zeige, dass $\det(aI_3-bA(-1)+cA(-1)\cdot A(-1))\geq 0$, für alle reelle positive Zahlen a, b und c.

2. In der Menge der ganzen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x*y=xy-5x-5y+30$, die ein neutrales Element zulässt.

5p **a)** Zeige, dass $x*y=(x-5)(y-5)+5$, für alle ganzen Zahlen x und y.

5p **b)** Bestimme die in Bezug auf die Verknüpfung „$*$” symmetrisierbaren Elemente.

5p **c)** Berechne $d_1*d_2*\cdots*d_8$, wo $d_1,d_2,\ldots,d_8$ die natürlichen Teiler von 2015 sind.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben wird die Funktion $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln(x+1)$.

5p **a)** Berechne $f'(x)$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Berechne $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}$.

5p **c)** Beweise, dass $\ln(x+1)\leq x$, für alle $x\in(-1,+\infty)$.

2. Gegeben wird die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Berechne $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_0^1 \frac{f(x)+x^2f(x)}{x^4+1}dx=\frac{\pi}{8}$.

5p **c)** Berechne $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_1^x f(t)\,dt$.