

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Számítsd ki a $z = \frac{3+2i}{2-3i}$ komplex szám valós részét!
- 5p** 2. Határozd meg azt az a valós számot, amelyre az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - a$ függvény grafikus képe érinti az Ox tengelyt!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $2^{2x} + 3 \cdot 4^x - 16 = 0$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ halmazból tetszőlegesen kiválasztott kételemű részhalmaz egyetlen páros számot tartalmazzon!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $M(2,3)$ és $N(4,1)$ pontok. Határozd meg az MN szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!
- 5p** 6. Igazold, hogy $(\sin x + \sin(\pi - x))^2 + (\cos x + \cos(2\pi - x))^2 = 4$, bármely x valós szám esetén!

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adottak az $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és az $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy $A(1) + A(-1) = 2A(0)$.
- 5p** b) Oldd meg a valós számok halmazán a $\det(A(x) + I_3) = 0$ egyenletet!
- 5p** c) Igazold, hogy $\det(aI_3 - bA(-1) + cA(-1) \cdot A(-1)) \geq 0$, bármely a , b és c pozitív valós szám esetén!
2. Az egész számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 5x - 5y + 30$ asszociatív, semleges elemmel rendelkező műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, bármely x és y egész szám esetén!
- 5p** b) Határozd meg a „ $*$ ” művelet szimmetrizálható elemeit!
- 5p** c) Számítsd ki a $d_1 * d_2 * \dots * d_8$ értéket, ha d_1, d_2, \dots, d_8 a 2015 szám természetes osztói!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki $f'(x)$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p** b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x - 1}$ határértéket!
- 5p** c) Igazold, hogy $\ln(x+1) \leq x$, bármely $x \in (-1, +\infty)$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x) dx$ értéket!
- 5p** b) Igazold, hogy $\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{8}$.
- 5p** c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt$ határértéket!