

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 bodeva)

- 56 1. Изрaчунајте реални део комплексног броја  $z = \frac{3+2i}{2-3i}$ .
- 56 2. Одредите реални број  $a$ , знајући да функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + x - a$  има график тангентан са осом  $Ox$ .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину  $2^{2x} + 3 \cdot 4^x - 16 = 0$ .
- 56 4. Изрaчунајте вероватноћу да, бирајући један од подскупова са два елемента скупа  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , овај да има само један елемент парни број.
- 56 5. У картезијанском систему  $xOy$  сматрају се тачке  $M(2,3)$  и  $N(4,1)$ . Одредите једначину медијатрисе дужи  $MN$ .
- 56 6. Докажите да  $(\sin x + \sin(\pi - x))^2 + (\cos x + \cos(2\pi - x))^2 = 4$ , за било који реални број  $x$ .

SUBIECTUL II

(30 бодова)

1. Сматрају се матрице  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  и  $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ , где  $x$  је реални број.
- 56 а) Докажите да  $A(1) + A(-1) = 2A(0)$ .
- 56 б) Решите у скупу реалних бројева једначину  $\det(A(x) + I_3) = 0$ .
- 56 в) Докажите да  $\det(aI_3 - bA(-1) + cA(-1) \cdot A(-1)) \geq 0$ , за било које позитивне реалне бројеве  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
2. На скупу целих бројева дефинише се асоцијативни закон слагања са неутралним елементом  $x * y = xy - 5x - 5y + 30$ .
- 56 а) Докажите да  $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$ , за било које целе бројеве  $x$  и  $y$ .
- 56 б) Одредите симетризабилне елементе у односу на закон слагања „\*“.
- 56 в) Изрaчунајте  $d_1 * d_2 * \dots * d_8$ , где  $d_1, d_2, \dots, d_8$  су природни делиоци броја 2015.

SUBIECTUL III

(30 бодова)

1. Сматра се функција  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \ln(x+1)$ .
- 56 а) Изрaчунајте  $f'(x)$ ,  $x \in (-1, +\infty)$ .
- 56 б) Изрaчунајте  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x - 1}$ .
- 56 в) Докажите да  $\ln(x+1) \leq x$ , за било који  $x \in (-1, +\infty)$ .
2. Сматра се функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .
- 56 а) Изрaчунајте  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- 56 б) Докажите да  $\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{8}$ .
- 56 в) Изрaчунајте  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt$ .