

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. Bestimme die reelle Zahl, deren ganzer Teil -2 ist und deren gebrochener Teil $0,75$ beträgt.
- 5p 2. Berechne den Abstand zwischen den Schnittpunkten des Schaubildes der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$ mit der Ox -Achse und beziehungsweise mit der Oy -Achse.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10} = 81$.
- 5p 4. Bestimme die natürliche Zahl n für welche $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 64$ gilt.
- 5p 5. Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $M(-1,1)$, $N(3,1)$ und $P(3,5)$. Zeige, dass das Dreieck MNP gleichschenkelig ist.
- 5p 6. Berechne den Radius des Inkreises des Dreiecks ABC , wenn $AB = 6$, $AC = 8$ und $BC = 10$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x, a) = \begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$, wo x und a reelle Zahlen sind.
- 5p a) Berechne $\det(A(2,0))$.
- 5p b) Zeige, dass $A(x, a) + A(x, -a) = 2xA(1,0)$, für alle reelle Zahlen x und a .
- 5p c) Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\det(A(x, -3)) = 0$.
2. In der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.
- 5p a) Zeige, dass $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, für alle reelle Zahlen x und y .
- 5p b) Bestimme die ganzen Zahlen a und b , wenn $a \circ b = 2$.
- 5p c) Berechne $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2015$.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben wird die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x - e^x + 1$.
- 5p a) Berechne $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $-\infty$ zum Schaubild der Funktion f .
- 5p c) Bestimme die Monotonieintervalle der Funktion f .
2. Gegeben wird die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.
- 5p a) Berechne $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p b) Bestimme die Stammfunktion F der Funktion f , für welche $F(-1) = 1$.
- 5p c) Zeige, dass für jede reelle von Null verschiedene Zahl a die Beziehung $\int_0^a f(x) dx + \frac{1}{a} \int_a^0 f(x) dx = a^4 - 1$ gilt.