

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Határozd meg azt a valós számot, amelynek egészrésze -2 és törtrésze $0,75$.
- 5p 2. Számítsd ki az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$ függvény Ox illetve Oy tengelyekkel való metszéspontjai közötti távolságot!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10} = 81$ egyenletet!
- 5p 4. Határozd meg az n természetes számot, ha $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 64$.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $M(-1,1)$, $N(3,1)$ és $P(3,5)$ pontok. Igazold, hogy az MNP egyenlőszárú háromszög!
- 5p 6. Számítsd ki az ABC háromszögbe írt kör sugarát, ha $AB = 6$, $AC = 8$ és $BC = 10$.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $A(x,a) = \begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x és a valós számok.
- 5p a) Számítsd ki $\det(A(2,0))$ értékét!
- 5p b) Igazold, hogy $A(x,a) + A(x,-a) = 2x A(1,0)$, bármely x és a valós szám esetén!
- 5p c) Oldd meg a valós számok halmazán a $\det(A(x,-3)) = 0$ egyenletet!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$ asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p b) Határozd meg az a és b egész számokat, amelyekre $a \circ b = 2$.
- 5p c) Számítsd ki $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2015$ értékét!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x - e^x + 1$ függvény.
- 5p a) Számítsd ki $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képének vízszintes aszimptotáját a $-\infty$ -ben!
- 5p c) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ függvény.
- 5p a) Számítsd ki $\int_0^1 f(x) dx$ értékét!
- 5p b) Határozd meg az f függvény azon F primitívjét, amelyre $F(-1) = 1$.
- 5p c) Igazold, hogy bármely a zérótól különböző valós szám esetén teljesül az $\int_0^a f(x) dx + \frac{1}{a} \int_a^0 f(x) dx = a^4 - 1$ egyenlőség!