

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Varianta 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**THEMA 1.**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Bestimme das dritte Glied der arithmetischen Folge  $(a_n)_{n \geq 1}$ , wenn  $a_1 = 2$  und  $a_2 = 5$ .
- 5p** 2. Bestimme die reelle Zahl  $a$ , wenn der Punkt  $A(3,5)$  zum Schaubild der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = a - x$  gehört.
- 5p** 3. Löse, in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $8^{4-x} = 2^{2x+2}$ .
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt der Ziffern einer zufällig ausgewählten Zahl aus der Menge der zweistelligen natürlichen Zahlen, 0 ist.
- 5p** 5. In kartesischen Koordinatensystem  $xOy$  ist der Punkt  $M(1,1)$  gegeben. Bestimme die Gleichung der Gerade mit den Richtungskoeffizient 2 die durch den Punkt M geht.
- 5p** 6. Es sei gegeben das Dreieck  $ABC$  mit  $AB = 5$ ,  $AC = 12$  und  $BC = 13$ . Zeige, dass  $\sin C = \frac{5}{13}$ .

**THEMA 2.**

**(30 Puncte)**

1. Es ist gegeben die Matrix  $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$ , wobei  $x$  eine reelle Zahl ist.

**5p** a) Zeige, dass  $\det(A(1)) = 2$ .

**5p** b) Zeige, dass  $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$ , für jedwelche reelle Zahlen  $x$  und  $y$ .

**5p** c) Bestimme die reellen Zahlen  $x$ , wenn  $A(x)A(x)A(x) = A(7)$ .

2. Es sei gegeben das Polynom  $f = X^3 + 2X^2 + X + m$ , wobei  $m$  eine reelle Zahl ist.

**5p** a) Zeige, dass  $f(0) = m$ .

**5p** b) Für  $m = 1$ , zeige dass  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1x_2x_3$ , wobei  $x_1, x_2$  und  $x_3$  die Wurzeln des Polynoms  $f$  sind.

**5p** c) Bestimme die natürliche Primzahl  $m$ , wenn das Polynom  $f$  eine ganze Wurzel hat.

**THEMA 3**

**(30 Puncte)**

1. Es ist gegeben die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$ .

**5p** a) Zeige, dass  $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**5p** b) Bestimme die Gleichung der horizontale Asymptote zu  $+\infty$  zum Schaubild der Funktion  $f$ .

**5p** c) Zeige, dass die Ableitung der Funktion  $f$  fallend auf  $\mathbb{R}$  ist.

2. Es ist gegeben die Funktion  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x$ .

**5p** a) Zeige, dass  $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ .

**5p** b) Berechne den Inhalt der Fläche begrenzt von den Schaubild der Funktion  $f$ ,  $Ox$  Achse und die Geraden mit den Gleichungen  $x = 1$  und  $x = e$ .

**5p** c) Bestimme die nichtnulle natürliche Zahl  $n$ , wenn  $\int_1^e \frac{1}{x} (f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$ .