

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 bodeva)

- 56 1. Odrédite trethi član aritmetičke progresije $(a_n)_{n \geq 1}$, znajuhi da $a_1 = 2$ i $a_2 = 5$.
- 56 2. Odrédite realni broj a , znajuhi da tačka $A(3,5)$ pripada grafiku funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a - x$.
- 56 3. Reshite u skupu realnih brojeva jednacinu $8^{4-x} = 2^{2x+2}$.
- 56 4. Izračunaite verovatnohu da, birajuhi jedan broj iz skupa prirodnih dvoцифrenih brojeva, on da ima proizvod cifara jednak sa 0.
- 56 5. U kartezijanskom sistemu xOy smatra se tačka $M(1,1)$. Odrédite jednacinu prave koja sadrži tačku M i ima nagib jednak sa 2.
- 56 6. Smatra sa trougao ABC sa $AB = 5$, $AC = 12$ i $BC = 13$. Dokazhite da $\sin C = \frac{5}{13}$.

SUBIECTUL II

(30 bodeva)

1. Smatra se matrica $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$, gde x je realni broj.
- 56 a) Dokazhite da $\det(A(1)) = 2$.
- 56 b) Dokazhite da $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$, za bilo koje realne brojeve x i y .
- 56 c) Odrédite realne brojeve x , znajuhi da $A(x)A(x)A(x) = A(7)$.
2. Smatra se polinom $f = X^3 + 2X^2 + X + m$, gde m je realni broj.
- 56 a) Dokazhite da $f(0) = m$.
- 56 b) Za $m = 1$, dokazhite da $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1x_2x_3$, gde x_1, x_2 i x_3 su solucije polinoma f .
- 56 c) Odrédite prosti prirodni broj m , znajuhi da polinom f ima jednu celu soluciju.

SUBIECTUL III

(30 bodeva)

1. Smatra se funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$.
- 56 a) Dokazhite da $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 b) Odrédite jednacinu horizontalne asimptote prema $+\infty$ na grafiku funkcije f .
- 56 c) Dokazhite da izvod funkcije f je opadajuhi na \mathbb{R} .
2. Smatra se funkcija $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 56 a) Dokazhite da $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.
- 56 b) Izračunaite površinu određenu od grafika funkcije f , ose Ox i prave jednacina $x = 1$ i $x = e$.
- 56 c) Odrédite prirodni nenuliti broj n , znajuhi da $\int_1^e \frac{1}{x} (f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$.