

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Визначте третій член арифметичної прогресії $(a_n)_{n \geq 1}$, знаючи, що $a_1 = 2$ і $a_2 = 5$.
- 56 2. Визначте дійсне число a , знаючи, що точка $A(3,5)$ належить графіку функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a - x$.
- 56 3. На множині дійсних чисел розв'яжіть рівняння $8^{4-x} = 2^{2x+2}$.
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що, вибираючи двоцифрове число з множини натуральних чисел, добуток його цифр дорівнюватиме 0.
- 56 5. У декартовому репері xOy розглядають точку $M(1,1)$. Визначте рівняння прямої, яка проходить через точку M і має коефіцієнт нахилу, що дорівнює 2.
- 56 6. Розглядають трикутник ABC , у якому $AB = 5$, $AC = 12$ і $BC = 13$. Докажіть, що $\sin C = \frac{5}{13}$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$, де x - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(1)) = 2$.
- 56 б) Докажіть, що $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$, для будь-яких дійсних чисел x і y .
- 56 в) Визначте дійсні числа x , знаючи, що $A(x)A(x)A(x) = A(7)$.
2. Розглядають многочлен $f = X^3 + 2X^2 + X + m$, де m - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $f(0) = m$.
- 56 б) Якщо $m = 1$, докажіть, що $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1x_2x_3$, де x_1, x_2 і x_3 - корені многочлена f .
- 56 в) Визначте просте натуральне число m , знаючи, що многочлен f має один цілий корінь.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Визначте рівняння горизонтальної асимптоти графіка функції f , прямуючої до $+\infty$.
- 56 в) Докажіть, що похідна функції f є спадною на \mathbb{R} .
2. Розглядають функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.
- 56 б) Обчисліть площу поверхні, обмеженої графіком функції f , віссю Ox і прямими заданими рівняннями $x = 1$ і $x = e$.
- 56 в) Визначте ненульове натуральне число n , знаючи, що $\int_1^e \frac{1}{x} (f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$.